TOME 15. N° 11. NOVEMBRE 1954.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

SUR UNE MÉTHODE NOUVELLE D'ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES RADIOACTIFS : « CINÉ-NUCLÉOGRAPHIE [1] »

Par MARCEL LAPORTE,

Institut du Radium, Paris.

Sommaire. — On expose une nouvelle méthode, dite de « ciné-nucléographie », pour l'étude des phénomènes radioactifs.

Suivant cette méthode, on utilise comme éléments d'étude les traces sur plaques nucléaires de rayons corpusculaires émis par la source radioactive.

La méthode diffère cependant essentiellement de la méthode classique par le fait que la source, au lieu d'être incorporée à la gélatine, est disposée extérieurement à la plaque et animée par rapport à elle d'un mouvement uniforme, de vitesse réglable.

La méthode prévoit en outre que la source pendant tout son déplacement demeure à une distance aussi constante et aussi petite que possible de la plaque.

Dans cette première partie, on expose comment cette méthode permet la mesure en valeur absolue de l'activité d'une source émetteur α et ceci, dans un domaine très étendu d'activités.

1. On sait que la méthode des trajectoires de brouillard de Wilson et celle des plaques photographiques (cette dernière dans les conditions ordinaires de son emploi), permettent de déterminer la nature des rayons émis par une substance radioactive mais ne fournissent aucun renseignement sur l'ordre de succession de deux rayons qui se succèdent dans un intervalle de temps très court, ni, *a fortiori*, sur la valeur de cet intervalle.

La méthode des compteurs de Geiger en coïncidence qui permet d'obtenir facilement des mesures d'intervalles compris entre 10^{-6} et 10^{-10} s est d'une utilisation plus difficile pour des intervalles supérieurs à la microseconde.

La nouvelle méthode proposée utilise l'enregistrement photographique, mais elle diffère essentiellement de la méthode ordinaire en ce que la source radioactive, au lieu d'être incorporée à la gélatine de la plaque, est disposée extérieurement et animée par rapport à elle d'une vitesse v.

En raison du fait que l'examen des plaques se fait au microscope et que par suite on peut mesurer des écartements entre les origines des traces de seulement quelques microns, des vitesses, facilement réalisables, permettent de mettre en évidence et de mesurer des intervalles d'émissions très courts.

Si, par exemple, la source est portée à la périphérie d'un disque de 15 cm de diamètre, tournant à 4 000 t/mn, un écart de 3 μ entre les origines de deux traces correspond à un intervalle d'émission de seulement 0,1 μs.

La méthode prévoit que la source et la plaque demeurent pendant tout leur déplacement relatif à une distance aussi constante que possible et, « essentiellement » que cette distance soit très petite, de l'ordre de quelques centièmes de millimètre.

Ces conditions nécessitent l'emploi de plaques nucléaires spéciales en ce qui concerne la planéité de la surface sensible et une construction mécanique très précise du ciné-nucléographe.

Les détails concernant le premier appareillage construit sur les indications de M. Marcel Frilley seront publiés; on trouvera prochainement l'exposé des résultats obtenus par Mme O. Goussu dans l'utilisation expérimentale de la méthode.

L'examen des conditions d'utilisation des clichés nous a fait apercevoir des difficultés dont les principales proviennent de ce que les rayons sont émis « au hasard » en direction et que par suite, un écart angulaire entre les directions d'émission de deux

[1] *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 889.

rayons fait apparaître sur la plaque un écartement entre les origines de leur traces qui ne correspond plus à leur intervalle réel d'émission dans le temps.

C'est afin de diminuer ces écarts « directionnels » que l'on s'efforce de réduire au mieux la distance entre la source et la plaque. A l'échelle de cette distance ainsi réduite, les sources ne peuvent plus être considérées comme « ponctuelles » et il devient dans certaines questions nécessaire de tenir compte de leurs dimensions.

Bien que conçue initialement en vue de l'étude des émissions corpusculaires en quasi-coïncidence, la méthode de ciné-nucléographie fournit des clichés dont on peut tirer un très grand nombre de renseignements.

Dans ce qui suit, nous nous limitons à traiter le problème suivant : *Détermination, en valeur absolue de l'activité d'une source.*

Dans un Mémoire ultérieur, nous aborderons un second problème, celui de la *Détermination de la période d'une substance radioactive à vie moyenne très brève.*

Cette détermination, se ramène, comme nous le verrons, à l'étude d'émissions corpusculaires en quasi-coïncidence de filiation.

2. Mesure, en valeur absolue, de l'activité d'une source radioactive. — Si λ mesure la constante radioactive d'un corps qui contient N atomes et si l'on peut considérer ce nombre comme inchangé dans un intervalle de temps compris entre deux instants t et $t+\Delta t$, on sait que la valeur la plus probable du nombre Δn des atomes qui se désintègrent dans cet intervalle est

$$\Delta n = \lambda N \Delta t. \tag{1}$$

Si à chaque désintégration correspond l'émission d'un rayon, Δn est aussi le nombre le plus probable de rayons émis dans l'intervalle Δt. Le rapport

$$A = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \lambda N$$

définit l'activité de la source à l'instant t.

Si l'émission des rayons se fait au hasard en direction, c'est-à-dire si l'isotropie est la répartition en direction la plus probable, le nombre le plus probable de rayons émis dans un intervalle de temps Δt et dans un angle solide de 2π stéradians est $\frac{1}{2}\lambda N \Delta t$ et nous définirons l'activité la plus probable dans un angle solide 2π par

$$a = \frac{1}{2}\lambda N.$$

Si chaque rayon émis dans un angle solide 2π est intercepté par une plaque photographique et si chaque interception conduit à une « trace » après développement de la plaque, le nombre le plus probable de traces pour 1 s d'exposition sera a.

Si la durée d'exposition est de D secondes et si l'activité de la source peut être considérée comme invariable pendant cette exposition, le nombre le plus probable de traces enregistrées sera $n = aD$.

En raison des fluctuations des émissions de rayons dans le temps et en direction, un dénombrement des traces obtenues par une exposition de durée D conduira à une valeur n_r qui pourra être et sera en général différente de la valeur n la plus probable.

L'application des lois de hasard permettra de déterminer la probabilité pour qu'une telle mesure particulière n_r fournisse, avec une certaine approximation, la valeur n; on sait que la probabilité pour que n_r se rapproche de n avec une approximation croissante augmente avec la valeur de n_r.

L'activité réelle $a_r = \frac{n_r}{D}$ de la source dans un angle solide 2π se déduira donc du dénombrement expérimental des traces obtenues par une exposition de durée D connue; la détermination de a_r donnera la valeur cherchée a, avec une approximation et une probabilité, fonctions croissantes du nombre n_r des traces dénombrées.

On est donc conduit à faire porter le dénombrement sur un grand nombre de traces. Pour qu'un tel dénombrement soit expérimentalement possible dans l'examen des plaques au microscope, il est nécessaire que le nombre de traces situées dans un même champ d'observation ne soit pas trop grand (qu'il reste, par exemple, inférieur ou au plus égal à 20); on conçoit et nous le préciserons qu'un éparpillement suffisant des traces pourra être obtenu en utilisant une vitesse appropriée de la source.

Il ne faudra pas cependant que la vitesse soit trop grande et par suite les traces trop éparpillées sans quoi un dénombrement portant sur un nombre élevé de traces exigerait un nombre excessif de pointés microscopiques.

Il conviendra donc, en vue d'un dénombrement précis et suffisamment rapide de choisir la vitesse de la source en fonction de son activité.

Ces considérations nous conduisent à examiner la question de la répartition des traces en fonction de l'activité de la source et de sa vitesse par rapport à la plaque.

Dans cet examen, nous supposerons que le nombre de traces obtenues dans un temps d'exposition D est exactement égal à sa valeur la plus probable $n = aD$.

3. Localisation des traces dans le cas d'une source immobile et ponctuelle. — L'émission de la source, supposée isotrope, se fait dans un angle solide utile de 2π stéradians.

Évaluons la proportion des traces contenues à l'intérieur d'un cercle de diamètre d, correspondant au champ d'observation d'un pointé microscopique centré sur le point O, projection de la source ponctuelle C sur la plaque (*fig.* 1).

Ce cercle était vu de la source sous un angle solide :

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\varphi)$$

avec

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{d}{2h}, \qquad (2)$$

en désignant par h la distance de la source à la plaque.

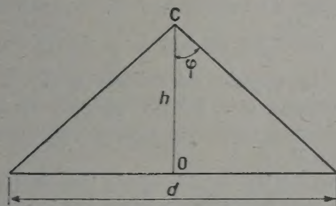


Fig. 1.

Le rapport du nombre de traces localisées dans le champ d'un pointé à l'aplomb de la source au nombre total de traces est donc

$$\frac{\Omega}{2\pi} = 1 - \cos\varphi. \qquad (3)$$

Les relations (2) et (3) nous permettent d'évaluer cette proportion en fonction de d et de h.

Le diamètre du champ d'observation dépend de la combinaison objectif-oculaire utilisée pour l'observation; le choix de cette combinaison est commandé par la dimension des traces.

Le tableau I donne, pour deux valeurs de h :

$$h = 3.10^{-2}\ \text{mm} \quad \text{et} \quad h = 5.10^{-2}\ \text{mm}.$$

les valeurs de $\frac{\Omega}{2\pi}$ pour les champs de diamètre :

$$d_1 = 12.10^{-2}\ \text{mm}, \quad d_2 = 16.10^{-2}\ \text{mm}$$

qui correspondent à de bonnes conditions d'observation.

Tableau I.

h en 10^{-2} mm.	d en 10^{-2} mm.	tg φ.	φ en G.	cos φ.	$\frac{\Omega}{2\pi}$ en %.
3	12	2	70,5	0,447	55
3	16	2,7	77,1	0,352	65
5	12	1,2	55,8	0,639	36
5	16	1,6	65,5	0,516	48

On voit que, dans les conditions d'utilisation, une forte proportion des traces est contenue dans un champ du microscope pour un pointé à l'aplomb de la source.

Il est par ailleurs facile de se rendre compte qu'une source ponctuelle ne fournira de traces α qu'à l'intérieur d'une circonférence ayant pour centre le point O, projection de la source sur la plaque, et d'un rayon OA un peu inférieur au parcours P des rayons α dans l'air.

On sait en effet que pour qu'une particule α laisse dans une émulsion photographique une trace observable il est nécessaire que son parcours dans l'émulsion soit, au minimum, d'environ 5 μ ce qui correspond à une épaisseur d'air environ $\Delta P = 7$ mm, en fin de parcours dans l'air.

Il en résulte que seules donneront lieu à des traces observables, les particules α dont le trajet préalable dans l'air, entre la source et la plaque, sera inférieur ou au plus égal à $p = P - \Delta P$; ces particules sont celles qui frappent la plaque (*fig.* 2) sous un angle d'incidence inférieur ou au plus égal à φ_M, avec la condition $\cos\varphi_M = \frac{p}{h}$.

La plaque ne portera donc pas les traces des rayons émis dans un angle solide 2π mais seulement celles des rayons émis dans un angle solide :

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\varphi_M)$$

soit

$$\Omega = 2\pi\left(1 - \frac{h}{p}\right).$$

En toute rigueur, c'est donc à l'angle solide Ω et non à l'angle 2π qu'il faut rapporter un dénombrement de traces sur la plaque; mais l'erreur relative $\frac{2\pi - \Omega}{2\pi} = \frac{h}{p}$ est très petite pour les valeurs de h utilisées : si, par exemple $h = 1/10^e$ de millimètre, l'erreur relative dans le cas des rayons α du polonium ($P = 3{,}87$ cm et $p = 3{,}1$ mm), sera inférieure à $1/310^e$, c'est-à-dire à 3 pour 1000.

Pour ces petites valeurs de h, le rayon OA de la circonférence à l'intérieur de laquelle les traces sont localisées est très sensiblement égal à

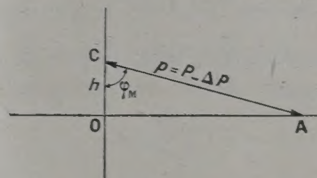


Fig. 2.

$p = P - 7$ mm, soit environ 3 cm dans le cas du polonium.

De ce qui précède nous retiendrons que l'angle solide « utile », c'est-à-dire celui à l'intérieur duquel doivent être émis les rayons pour donner lieu à des traces, diminue, lorsque la distance de la source à la plaque augmente, conformément à la relation $\Omega = 2\pi\left(1 - \frac{h}{p}\right)$; éloigner la source revient donc à la diaphragmer; cette remarque pourra nous être utile pour des mesures de sources de très grande activité.

4. Loi de répartition des traces dans le cas d'une source immobile et ponctuelle. — A l'intérieur du domaine de localisation des traces déterminé ci-dessus, nous nous proposons de déterminer la

répartition des traces c'est-à-dire leur densité superficielle (nombre par unité de surface aux différents points de la plaque).

Si, comme nous le supposerons, l'activité de la source est pratiquement invariable pendant la durée de l'irradiation de la plaque, la densité, en chaque point, est proportionnelle à cette durée d'irradiation; nous allons évaluer la densité pour 1 s d'irradiation.

Soit O le point de la plaque à l'aplomb de la source ponctuelle C, et deux axes rectangulaires OX et OY; le dispositif étant de révolution autour de CO (*fig.* 3), il suffit d'étudier la répartition dans un plan méridien.

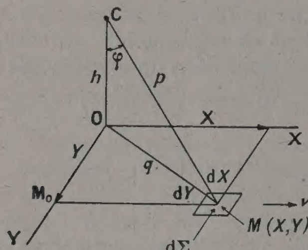


Fig. 3.

Le nombre de rayons émis par seconde vers la plaque est

$$n = a. \qquad (1)$$

Cette émission étant, en moyenne, isotrope, le nombre de rayons émis par seconde dans un angle solide dω est

$$\mathrm{d}F = \frac{a}{2\pi}\,\mathrm{d}\omega, \qquad (2)$$

dF est l'équivalent d'un flux; $\frac{a}{2\pi}$ joue le rôle d'une intensité; posons

$$I = \frac{a}{2\pi}, \qquad (3)$$

d'où

$$\mathrm{d}F = I\,\mathrm{d}\omega. \qquad (4)$$

Pour un élément de surface dΣ de centre M tel que CM $= p$ et $\widehat{\mathrm{OCM}} = \varphi$ on a

$$\mathrm{d}\omega = \frac{\mathrm{d}\Sigma\cos\varphi}{p^2}. \qquad (5)$$

d'où, pour la densité superficielle $\sigma = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}\Sigma}$ l'expression bien connue dans les problèmes d'éclairement :

$$\sigma = \frac{I\cos\varphi}{p^2}$$

ou, en tenant compte de $h = p\cos\varphi$, on a

$$\sigma = \frac{I\cos^3\varphi}{h^2}. \qquad (6)$$

Pour $\varphi = 0$, la formule (6) donne la densité σ_0 des traces autour du point O, c'est-à-dire à l'aplomb de la source :

$$\sigma_0 = \frac{I}{h^2} = \frac{a}{2\pi}\,\frac{1}{h^2}.$$

On peut donc poser

$$\sigma = \sigma_0\cos^3\varphi. \qquad (7)$$

La courbe (*fig.* 4) représente les variations de la densité σ en fonction de $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{q}{h}$. Cette courbe met en évidence la rapide décroissance de la densité qui, à une distance $q = 4\,h$ de l'aplomb de la source, se trouve réduite à moins de 1 pour 100, de sa valeur σ_0 à cet aplomb.

Une telle variation rapide de la densité des traces entraîne une grande variation du nombre des traces observables dans un champ du microscope lorsque le pointé s'écarte de l'aplomb de la source : le dénombrement des traces risque d'en être rendu impossible (traces trop nombreuses dans un même champ), ou très pénible (traces dispersées nécessitant un trop grand nombre de pointés).

Nous allons voir que l'emploi d'une source mobile permet au contraire des mesures absolues faciles et cela dans un très large domaine d'activités.

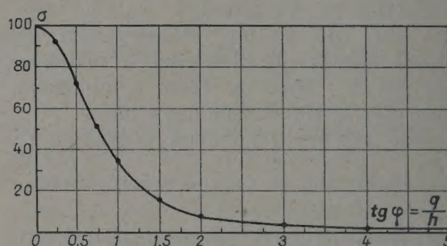


Fig. 4.

5. **Répartition des traces dans le cas d'une source ponctuelle « mobile ».** — C'est aussi le problème de la répartition de l'éclairement produit par une source lumineuse mobile.

Nous avons vu au paragraphe précédent que le flux (nombre de rayons reçus par seconde par un élément de surface dΣ centré sur un point M de coordonnées X, Y est

$$\mathrm{d}F = \sigma\,\mathrm{d}\Sigma,$$

soit

$$\mathrm{d}F = \frac{I\cos\varphi}{p^2}\,\mathrm{d}\Sigma$$

ou, en remarquant que

$$p^2 = X^2 + Y^2 + h^2,$$

que

$$h = p\cos\varphi \qquad \text{et} \qquad I = \frac{a}{2\pi},$$

on a

$$dF = \frac{a}{2\pi} \frac{h}{(X^2 + Y^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} dX\, dY. \qquad (1)$$

Considérons ce qui se passe pendant le déplacement de la source, la plaque étant immobile ou inversement.

Supposons la source immobile et la plaque animée d'un mouvement de translation de vitesse v; l'axe OX est choisi parallèle à la vitesse. Prenons comme origine des temps l'instant où le point M de la plaque est passé en M_0 de coordonnées zéro et Y (*fig.* 3); suivant ces choix, l'abscisse du point M à l'instant t est $X = vt$ et son ordonnée est Y.

Le nombre de rayons reçus par l'élément $d\Sigma$ et par suite le nombre de traces qui s'y inscrivent de l'instant t à l'instant $t + dt$ est

$$d^2 n = dF\, dt \qquad (2)$$

et le nombre total de traces inscrites pendant tout son déplacement est

$$dn = \frac{a}{2\pi} h\, d\Sigma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{(h^2 + Y^2 + v^2 t^2)^{\frac{3}{2}}}, \qquad (3)$$

soit

$$dn = \frac{a}{\pi} \frac{1}{v} \frac{h}{h^2 + Y^2} d\Sigma, \qquad (4)$$

la densité superficielle $\sigma = \frac{dn}{d\Sigma}$ est donc

$$\sigma = \frac{1}{\pi} \frac{a}{v} \frac{h}{h^2 + Y^2} \qquad (5)$$

Cette expression montre que :

La densité superficielle est proportionnelle à l'activité de la source, inversement proportionnelle à sa vitesse de déplacement et indépendante de X, c'est-à-dire qu'elle est la même en tous points d'une bande étroite parallèle à la vitesse ».

Connaissant l'expression de la densité superficielle en chaque point de la plaque, il est facile de déterminer, tout au moins pour une plage de forme géométrique définie, le nombre de traces inscrites sur cette plage.

Nous allons faire cette détermination dans le cas simple d'une plage rectangulaire dont l'un des côtés est parallèle à la vitesse de déplacement de la source.

6. Nombre des traces inscrites sur une plage rectangulaire dans le cas d'une source ponctuelle animée d'une vitesse v parallèle à l'un des côtés de la plage. — Soient 2α et 2β les dimensions de la plage ABCD (*fig.* 5) dont les côtés sont respectivement perpendiculaires et parallèles à la vitesse.

Le nombre de traces sur un élément de surface rectangulaire $mm'nn'$ ou $d\Sigma = 2\beta\, dY$ est

$$dn = \sigma\, d\Sigma,$$

soit

$$dn = \frac{2\beta h}{\pi} \frac{a}{v} \frac{dY}{Y^2 + h^2}, \qquad (1)$$

le nombre de traces sur toute la plage est

$$n = \frac{2\beta h}{\pi} \frac{a}{v} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \frac{dY}{h^2 + Y^2},$$

soit

$$n = 2 \frac{a}{\pi} \frac{2\beta}{v} \operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha}{h} \qquad (2)$$

pour une bande de hauteur 2α indéfinie et de largeur 2β parallèle à la vitesse, on aurait donc

$$n_\infty = a \frac{2\beta}{v}. \qquad (3)$$

Cette relation pouvait être prévue; en effet, la source émet a rayons par seconde vers la plaque;

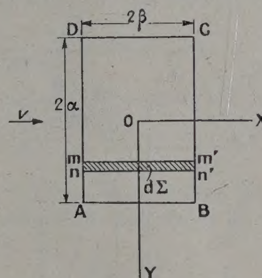


Fig. 5.

la bande de largeur 2β étant survolée pendant un temps $t_s = \frac{2\beta}{v}$ reçoit pendant ce temps un nombre $n_\infty = a t_s$. De la formule (3), on tire

$$a = \frac{n_\infty}{t_s}. \qquad (3')$$

Dans le cas d'une source ponctuelle, cette relation conduirait à une méthode de détermination de l'activité : on prendrait, par exemple, comme largeur 2β de la bande explorée le diamètre d du champ du microscope; le temps de survol $t_s = \frac{d}{v}$ serait obtenu par une simple mesure de la vitesse; enfin on pourrait obtenir une valeur très approchée de n_∞ en dénombrant les traces dans une bande de hauteur finie correspondant à un nombre réduit de pointés.

En effet des relations (2) et (3) on tire

$$n_\infty = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha}{h}} n. \qquad (4)$$

Supposons $h = 50\,\mu$, il suffirait de dénombrer les traces dans une plage de hauteur $\alpha = 7h$, soit $350\,\mu$ (ce qui correspond seulement à environ

trois pointés microscopiques), pour que arc tg $\frac{\alpha}{h}$ soit très sensiblement égal à $\frac{\pi}{2}$ et que $n \approx n_\infty$.

Ces conclusions supposent toutefois que la source est « ponctuelle », or, en pratique, il n'est pas possible de réaliser des sources dont on puisse considérer les dimensions comme négligeables par rapport à la distance h de la source à la plaque; nous sommes donc conduits à reprendre le problème en tenant compte des dimensions de la source.

Pour pouvoir traiter mathématiquement le cas d'une source non ponctuelle, il est nécessaire d'en préciser la forme et les dimensions, c'est ce que nous allons faire dans le cas particulier suivant.

7. Nombre de traces inscrites sur une plage rectangulaire de plaque, dans le cas d'une source mobile rectangulaire. — Nous supposerons

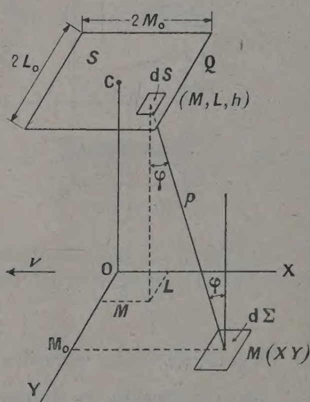


Fig. 6.

(*fig.* 6) la source de surface S rectangulaire et disposée dans un plan parallèle à la plaque à une distance h de celle-ci. Soient $2L_0$ et $2M_0$ les dimensions de la source respectivement perpendiculaire et parallèle à la vitesse; nous supposerons en outre que la substance radioactive est uniformément répartie, c'est-à-dire que si la surface S porte un nombre N d'atomes radioactifs, tout élément $\mathrm{d}S$ en porte un nombre

$$\mathrm{d}N = N\frac{\mathrm{d}S}{S}. \qquad (1)$$

Le nombre de rayons émis par seconde par un élément $\mathrm{d}S$ de la source, dans un angle solide $\mathrm{d}\omega$ est

$$\lambda\,\mathrm{d}N\frac{\mathrm{d}\omega}{4\pi} \qquad \text{soit} \qquad \lambda N\frac{\mathrm{d}S}{S}\frac{\mathrm{d}\omega}{4\pi}$$

ou

$$a\frac{\mathrm{d}S}{S}\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}. \qquad (2)$$

Si l'angle solide $\mathrm{d}\omega$ découpe sur la plaque un élément de surface $\mathrm{d}\Sigma$, on a

$$\mathrm{d}\omega = \frac{\mathrm{d}\Sigma\cos\varphi}{p^2}$$

mais

$$h = p\cos\varphi \qquad \text{et} \qquad p^2 = (Y-L)^2 + (X-M)^2 + h^2;$$

d'où

$$\mathrm{d}\omega = \frac{h\,\mathrm{d}\Sigma}{[(X-M)^2+(Y-L)^2+h^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Le nombre de traces inscrites pendant un temps $\mathrm{d}t$ sur l'élément $\mathrm{d}\Sigma$ par les rayons provenant de l'élément $\mathrm{d}S$ de la source est donc

$$\frac{1}{2\pi}a\frac{\mathrm{d}S}{S}h\,\mathrm{d}\Sigma\frac{\mathrm{d}t}{[(X-M)^2+(Y-L)^2+h^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Prenons comme origine des temps l'instant où le point M passe en M_0; si la plaque se déplace avec une vitesse v, on a $X = vt$. Le nombre de rayons, provenant de $\mathrm{d}S$ et reçus par $\mathrm{d}\Sigma$ pour tout le déplacement de la plaque, c'est-à-dire lorsque le temps varie de moins à plus l'infini est

$$\frac{1}{2\pi}a\frac{\mathrm{d}S}{S}h\,\mathrm{d}\Sigma\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}t}{[(vt-M)^2+(Y-L)^2+h^2]^{\frac{3}{2}}}$$
$$= \frac{1}{\pi}\frac{a}{v}\frac{h}{S}\mathrm{d}\Sigma\frac{\mathrm{d}S}{(Y-L)^2+h^2}.$$

Enfin le nombre total $\mathrm{d}n$ de rayons reçus par l'élément $\mathrm{d}\Sigma$ provenant de toute la source est

$$\mathrm{d}n = \frac{1}{\pi}\frac{a}{v}\frac{h}{S}\mathrm{d}\Sigma\iint_S\frac{\mathrm{d}L\,\mathrm{d}M}{(Y-L)^2+h^2},$$

soit

$$\mathrm{d}n = \frac{1}{2\pi}\frac{a}{v}\frac{1}{L_0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{Y+L_0}{h} - \operatorname{arc\,tg}\frac{Y-L_0}{h}\right]\mathrm{d}\Sigma$$

et par suite la densité des traces est

$$\sigma = \frac{1}{2\pi}\frac{a}{v}\frac{1}{L_0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{Y+L_0}{h} - \operatorname{arc\,tg}\frac{Y-L_0}{h}\right]. \qquad (3)$$

Cette formule définit la loi de répartition des traces sur la plaque. On remarque que la densité en chaque point est

proportionnelle à l'activité de la source;

inversement proportionnelle à sa vitesse;

indépendante de la dimension $2M_0$ de la source suivant la vitesse;

indépendante enfin de X, c'est-à-dire qu'elle est la même sur toute bande étroite parallèle à la vitesse.

Pour se rendre compte des variations de σ, en fonction de Y, il est commode d'introduire les rapports :

$$y = \frac{Y}{h} \qquad \text{et} \qquad l = \frac{L_0}{h} \qquad (4)$$

qui sont les mesures de l'ordonnée d'un point de la plaque et de la demi-dimension de la source perpendiculaire à la vitesse avec comme unité de longueur la distance h de la source à la plaque : y et l sont donc des nombres sans dimensions.

Avec ces notations on a

$$\sigma = \frac{1}{2\pi}\frac{a}{v}\frac{1}{h}\frac{1}{l}[\operatorname{arc\,tg}(y+l) - \operatorname{arc\,tg}(y-l)] \quad (5)$$

ou

$$\sigma = \frac{1}{2\pi}\frac{a}{v}\frac{1}{h}f \quad (6)$$

en posant

$$f = \frac{1}{l}[\operatorname{arc\,tg}(y+l) - \operatorname{arc\,tg}(y-l)] \quad (7)$$

A chaque valeur de l, c'est-à-dire à chaque dimension transversale de la source, il correspond, lorsque y

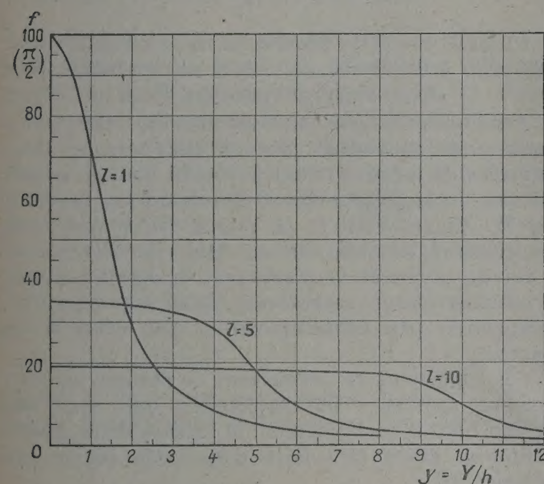


Fig. 7.

varie, une courbe $f(l, y)$ qui définit la répartition correspondante de la densité.

La figure 7 représente trois des courbes de répartition, correspondant respectivement à $l = 1$, $l = 5$ et $l = 10$, c'est-à-dire respectivement à L_0 égal à h, $5h$ ou $10h$.

L'examen de ces courbes montre que, comme il fallait s'y attendre, le maximum de densité des traces se trouve à l'aplomb du centre de la source et que ce maximum est d'autant plus étalé que la dimension de la source normale à la vitesse est elle-même plus grande.

A titre de vérification, on peut voir que si dans la formule (5) on fait tendre l vers zéro, ce qui ramène au cas d'une source linéaire suivant la vitesse ou ponctuelle, on trouve (par développement en série des arcs tangente) :

$$\sigma = \frac{1}{\pi}\frac{a}{v}\frac{h}{h^2 + Y^2}$$

qui est bien l'expression de la densité que nous avions trouvée [formule (5) du paragraphe 5] dans le cas d'une source ponctuelle.

A partir de l'expression (3) de la densité, nous pouvons calculer le nombre n de traces inscrites sur une plage rectangulaire, on aura

$$n = \iint_\Sigma \sigma\, d\Sigma = \frac{1}{\pi} a \frac{2\beta}{v}\frac{1}{L_0} \times \int_0^\alpha \left[\operatorname{arc\,tg}\frac{Y+L_0}{h} - \operatorname{arc\,tg}\frac{Y-L_0}{h}\right] dY \quad (8)$$

ou, en utilisant les notations (4) et en posant en outre $\frac{\alpha}{h} = \alpha_h$, on obtient

$$n - \frac{1}{\pi} a \frac{2\beta}{v}\frac{1}{l} J,$$

avec

$$J = \int_0^{\alpha_h} [\operatorname{arc\,tg}(y+l) - \operatorname{arc\,tg}(y-l)]\, dY,$$

l'intégration donne

$$J = (\alpha_h + l)\operatorname{arc\,tg}(\alpha_h + l) - (\alpha_h - l)\operatorname{arc\,tg}(\alpha_h - l) - \frac{1}{2}\log\frac{1+(\alpha_h+l)^2}{1+(\alpha_h-l)^2}. \quad (10)$$

Pour α_h ou α infinis, c'est-à-dire pour une bande de largeur 2β suivant la vitesse et de hauteur indéfinie, on trouve

$$J_\infty = \pi l,$$

d'où par suite

$$n_\infty = a\frac{2\beta}{v} \quad \text{ou} \quad n_\infty = a\, t_s. \quad (11)$$

Nous retrouvons donc ce résultat que :

« le nombre de traces inscrites dans une bande de largeur 2β suivant la vitesse et de hauteur indéfinie, perpendiculairement à la vitesse, est égal au produit de l'activité de la source dans un angle 2π par le temps de survol de cette bande ».

8. Première méthode de détermination de l'activité d'une source. — Nous admettrons que le résultat ci-dessus que l'on peut considérer soit comme évident, soit comme un corollaire de ce qui a été établi pour une source ponctuelle (puisque toute source étendue peut être considérée comme la juxtaposition de sources sensiblement ponctuelles) est tout à fait « général » c'est-à-dire indépendant de la forme de la source et de la répartition des atomes radioactifs sur sa surface.

Ce résultat conduit à une première méthode de mesure de l'activité : on prendra commodément comme largeur de bande explorée sur la plaque le diamètre du champ du microscope; une détermination de la vitesse de la source donnera le temps de survol d'une telle bande; on dénombrera les traces situées dans cette bande en des pointés successifs

dont les centres se déplaceront suivant une perpendiculaire à la vitesse.

D'après ce qui a été dit (§ 3), sur la localisation des traces le dénombrement sera intégral si la hauteur de la bande explorée perpendiculairement à la vitesse, est égale à la hauteur de la source augmentée du trajet p maximum que les rayons peuvent suivre dans l'air en restant capables de fournir une trace observable.

Expérimentalement, on s'apercevra que la hauteur explorée est suffisante lorsque le nombre de traces rencontrées dans le champ d'un pointé deviendra nul ou négligeable.

Une méthode plus simple, qui exigera moins de pointés, pourra être utilisée si l'irradiation de la plaque est conduite de façon à obtenir une répartition uniforme des traces.

9. **Obtention d'une répartition uniforme des traces. Expression de la densité superficielle constante.** — La formule (3) du paragraphe précédent donne la valeur de la densité des traces en tout point M situé à une distance Y de la projection orthogonale sur la plaque de la trajectoire décrite par le centre C de la source supposée rectangulaire.

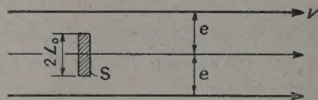


Fig. 8.

Précisons que cette expression de la densité n'est valable que lorsque la source n'est passée qu'une seule fois sous la plaque.

Nous avons fait remarquer que la densité présente un maximum pour $Y = 0$, c'est-à-dire quand le point M se trouve à l'aplomb d'un point de la trajectoire décrite par le centre de la source et que ce maximum est d'autant plus étalé que la dimension $2L_0$ de la source perpendiculairement à la vitesse est elle-même plus grande.

Cette remarque conduit à la méthode expérimentale suivante, en vue d'obtenir sur la plaque une répartition uniforme à densité constante des traces.

Supposons que l'on fasse passer périodiquement la source sous la plaque suivant, pour chaque passage, une vitesse rectiligne de translation v, et que, simultanément, la plaque soit animée d'un mouvement de translation uniforme, perpendiculaire à la vitesse v; on pourra choisir la vitesse de la plaque de façon qu'entre deux passages de la source elle se soit déplacée d'une longueur e justement égale à la dimension $2L_0$ de la source (*fig.* 8); si dans ces conditions, la source fait p passages sous la plaque, la répartition des traces sera la même que pour un seul passage d'une source toute entière animée de la vitesse v mais de hauteur et d'activité p fois plus grandes.

Pour des valeurs suffisantes de p, la densité présentera donc un maximum extrêmement étalé, c'est-à-dire que sera réalisée une densité sensiblement constante dans un large domaine.

La formule dérivée de la formule (3) qui donne dans ce cas la densité superficielle est en effet

$$\sigma = \frac{1}{2\pi}\,\frac{a}{v}\,\frac{1}{L_0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{Y+pL_0}{h} - \operatorname{arc\,tg}\frac{Y-pL_0}{h}\right]. \qquad (3')$$

Dans les conditions expérimentales usuelles : $L_0 = 1$ mm, $h = 5.10^{-2}$ mm, c'est-à-dire $\frac{L_0}{h} = 20$; si la source effectue 25 passages sous la plaque, $p\frac{L_0}{h} = 500$, la différence des arcs tangente est sensiblement égale à π et par suite, la densité uniforme, dans toute la région médiane irradiée prend la valeur

$$\sigma = \frac{1}{v}\,\frac{a}{2L_0}. \qquad (4)$$

On voit que cette densité est simplement proportionnelle à l'activité par unité de longueur de la source et inversement proportionnelle à sa vitesse.

Remarque. — Les mouvements de translation sont d'une réalisation plus difficiles que les mouvements de rotation; c'est pourquoi dans le modèle de ciné-nucléographe construit suivant les directives de M. Marcel Frilley, la source est animée d'un mouvement de rotation sur une circonférence de 7 cm de rayon et la plaque est également animée d'un mouvement de rotation, beaucoup plus lent, commandé par démultiplication par celui de la source.

Ces conditions ne permettent de réaliser un écartement constant des trajectoires que dans une région limitée de la plaque : la mesure de la densité uniforme devra être faite dans cette région privilégiée ([2]).

Remarque. — Lorsque la source est animée d'un mouvement de rotation il importe, pour que tous ses points soient animés de vitesses peu différentes, que les distances des différents points à l'axe de rotation soient peu différentes, c'est-à-dire que la dimension radiale de la source soit petite par rapport au rayon moyen de rotation de ses différents points.

Dans le cas d'une source rectangulaire dont le centre se trouve à une distance R de l'axe de rotation, la demi-dimension radiale L_0 de la source devra être petite par rapport à R. Si nous supposons qu'il en est ainsi et que de plus les atomes radioactifs sont uniformément répartis sur la surface nous sommes conduits à une seconde méthode de mesure en valeur absolue de sources qui remplissent ces conditions.

10. **Deuxième méthode de mesure en valeur absolue de l'activité d'une source.** — De l'ex-

([2]) Se reporter aux exposés de M. Marcel Frilley et de Mme O. Rœhrich-Goussu.

pression (4) du paragraphe précédent de la densité uniforme des traces sur la plaque, on tire

$$a = 2 L_0 v \sigma. \quad (1)$$

La dimension radiale $2L_0$ de la source est connue par construction; la vitesse de la source se déduit de la mesure de sa distance à l'axe de rotation du disque qui la supporte et de la mesure de la vitesse angulaire du disque.

La mesure de la densité des traces se fera très simplement en dénombrant les traces contenues dans un nombre connu de pointés microscopiques.

Si d est le diamètre du champ et P le nombre des pointés, la surface de plaque sur laquelle a porté le dénombrement est $\Sigma = P\pi\frac{d^2}{4}$; si n est le nombre des traces observées, la densité des traces est $\sigma = \frac{n}{\Sigma}$, la formule (1) donne l'activité cherchée.

11. **Domaine de mesures**. — Il est facile de se rendre compte que le domaine de mesures accessible à cette méthode est extrêmement étendu.

Supposons, par exemple, que le diamètre du champ du microscope est $d = 12.10^{-3}$ cm, la surface explorée dans un pointé est sensiblement : 10^{-4} cm^2; le dénombrement des traces est facile lorsqu'il s'en rencontre de 1 à 20 dans un champ, c'est-à-dire que les densités faciles à observer sont comprises entre 10^4 et 2.10^5 traces par centimètre carré.

Le nombre N de tours par minute du disque porte-source peut facilement varier entre 10 et 4 000; la vitesse angulaire est $\omega = \frac{2\pi N}{60} \approx \frac{N}{10}$; avec un rayon R de 10 cm, on a sensiblement $v = N$; la vitesse linéaire de la source pourra donc varier entre

$$v_m = 10 \text{ cm/s} \quad \text{et} \quad v_M = 4000 \text{ cm/s}.$$

On choisit commodément $2L_0 = 0{,}2$ cm comme dimension radiale de la source. Dans ces conditions les valeurs minima et maxima des activités mesurables sont donc

$$a_m = 2.10^4 \quad \text{et} \quad a_M = 16.10^7$$

et l'activité totale dans un angle solide 4π pourra être comprise entre

$$A_m = 4.10^4 \quad \text{et} \quad A_M = 32.10^7$$

rayons émis par seconde.

On sait que le millicurie correspond à une émission de $3{,}7.10^7$ rayons par seconde; *le domaine des mesures absolues par la méthode de ciné-nucléographie s'étend donc commodément entre sensiblement un millième de millicurie* (soit un microcurie) et 10 *millicuries*.

Il y a lieu d'envisager la possibilité d'étendre le domaine de mesures du côté des grandes activités en augmentant la distance h de la source à la plaque, ce qui revient, comme nous l'avons fait remarquer (§ 3), à diaphragmer la source.

Nous avons vu que l'angle solide réellement utile à l'obtention de traces est $\Omega = 2\pi\left(1 - \frac{h}{p}\right)$; en choisissant $h = \frac{p}{2}$, on n'utiliserait plus que la moitié des rayons émis par la source vers la plaque.

Cependant comme le trajet maximum p que peuvent traverser dans l'air des rayons susceptibles de fournir des traces observables n'est pas exactement connu, il conviendra de déterminer expérimentalement le coefficient de réduction $\left(1 - \frac{h}{p}\right)$. On y parviendra en déterminant au préalable l'activité d'une source, moins intense, dans un angle 2π (c'est-à-dire en utilisant pour h une valeur très petite) et son activité utile pour la valeur de h que l'on se propose d'employer pour la mesure de sources de très grande activité.

12. **Conclusion**. — Le grand avantage de la méthode de ciné-nucléographie réside donc dans la possibilité d'obtenir des mesures « absolues » d'activités de sources à rayonnement α dans un très large domaine.

Cet avantage est particulièrement important dans les domaines d'activités où les mesures par compteurs ou par courants d'ionisation sont imprécises.

Un autre avantage est qu'il subsiste un document relatif à la mesure.

Comme inconvénients, on peut indiquer par contre :

1° que sa mise en œuvre est beaucoup plus longue que celle des méthodes classiques;

2° qu'elle ne peut être employée que pour des sources dont la dimension radiale est petite par rapport au rayon de la circonférence qu'on leur fait décrire.

Il nous semble donc que sa principale et importante application consistera dans l'étalonnage en valeur absolue de dispositifs utilisant des compteurs ou des chambres d'ionisation.

Pour les sources à rayonnement β, le nombre des traces inscrites n'étant pas en général égal au nombre des rayons, la méthode de ciné-nucléographie ne pourra fournir que des mesures « relatives » d'activité, sauf, dans le cas où la source de rayonnement β est en équilibre radioactif avec une source à rayonnement α; dans ce cas la mesure absolue de l'activité par dénombrement des traces α pourra permettre de distinguer les β de désintégration des rayons β de conversion.

On trouvera respectivement dans les Mémoires de M. Marcel Frilley et de Mme Odette Rœrich-Goussu des renseignements relatifs à la construction d'un premier modèle de ciné-nucléographe, au dispositif d'observation des plaques et aux mesures comparatives de l'activité de différentes sources par ciné-nucléographie, par compteurs et chambres d'ionisation.

Manuscrit reçu le 13 mars 1954.

MESURE D'ACTIVITÉ DES ÉMETTEURS α PAR CINÉ-NUCLÉOGRAPHIE

Par Mme O. RŒHRICH-GOUSSU,
Institut du Radium, Paris.

Sommaire. — Nous donnons les résultats de mesures d'activité de sources de polonium par le ciné-nucléographe.
Pour des sources de quelques dizièmes à quelques centièmes de microcurie, les résultats sont concordants à 2 pour 100 près avec ceux donnés par les méthodes classiques de mesures. Ceci permet de prévoir l'utilisation du ciné-nucléographe dans des domaines d'activité (de quelques microcuries à quelques millicuries) où les appareils habituels sont défaillants ou imprécis.

Dans un précédent article (1), nous avons indiqué les premiers résultats obtenus dans l'utilisation du ciné-nucléographe pour les mesures d'activité des émetteurs α.

Nous rappelons que, dans cette méthode utilisant des plaques nucléaires, on compte les traces α qui se présentent dans un certain nombre de champs de microscope. La portion de la trajectoire décrite par la source au cours de son déplacement par rapport à la plaque, comprise dans un champ de microscope (diamètre 165 μ), peut être confondue avec sa tangente et celle-ci, en raison du mode de déplacement de la plaque sous l'objectif, conserve la même direction pour tous les champs observés. La vitesse linéaire de la source étant connue, on en déduit le temps mis par un point de la source pour traverser le champ. L'observation se fait dans une bande perpendiculaire à la direction de la vitesse et correspondant à un nombre connu de passages de la source. Avec ces deux données : temps correspondant à la traversée d'un champ et nombre de traces rencontrées dans une bande ayant la largeur d'un champ, pour N passages de la source, on calcule facilement l'activité.

Une première série de mesures avait porté sur des sources de polonium d'environ 200 μC et les résultats avaient été concordants avec ceux obtenus par M. Conte par la méthode classique de la chambre d'ionisation, à la précision que l'on peut attendre dans ce domaine d'activité.

Nous avons repris les mesures dans un domaine d'activité (de quelques centièmes à quelques dizièmes de microcurie) où les procédés classiques permettent d'obtenir une bien meilleure précision, de l'ordre de 1 à 2 pour 100, et la concordance a été très satisfaisante.

Nous avons opéré avec une première source dont l'activité a pu être mesurée par trois procédés différents :

a. la chambre d'ionisation à angle solide 2π (mesures faites par M. Lecoin);

b. la chambre à collection électronique mise à notre disposition par M. Falk-Vairant;

c. le cinénucléographe (vitesse de rotation du disque porte-source, 1 t/mn).

Le domaine d'utilisation de la chambre à collection électronique avait été préalablement établi en traçant la courbe de décroissance du dépôt actif de l'actinium. Nous avons ainsi constaté que jusqu'à 50 000 coups/mn les indications données par la chambre sont valables sans correction.

Pour chaque plaque de mesure d'activité nous avons fait en outre une plaque de « mouvement propre » c'est-à-dire une plaque passant sur le ciné-nucléographe dans les mêmes conditions que la plaque de mesure d'activité, mais sans la source, afin de tenir compte d'une activité résiduelle de l'appareil, toujours possible en raison de la diffusion du polonium. Ce mouvement propre est ensuite retranché de l'activité donnée par l'autre plaque.

Ces précautions prises, les résultats obtenus ont été les suivants :

1° chambre à collection électronique : 33 840 coups/mn dans 2π, soit

$$\frac{33\,840 \times 2}{60 \times 3,7.10^4} = 0,0304\ \mu C;$$

2° chambre à angle solide 2π : 576 α/s dans 2π, soit

$$\frac{576 \times 2}{3,7.10^4} = 0,0311\ \mu C;$$

3° ciné-nucléographe : 585 α/s dans 2π, soit

$$\frac{585 \times 2}{3,7.10^4} = 0,0316\ \mu C;$$

(1) *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 1230.

le comptage ayant porté sur 2 500 traces ce qui laisse prévoir une erreur statistique de l'ordre de 2 pour 100.

Les résultats extrêmes diffèrent de 4 pour 100 ce qui est cohérent, avec une précision de l'ordre de 2 pour 100 sur chaque mesure.

Une deuxième source de polonium d'activité environ 10 fois supérieure n'a pu être mesurée par la chambre à collection électronique. Elle a été mesurée :

1° dans la chambre à angle solide 2π par M. Lecoin; résultat de la mesure : 5 759 α/s dans 2π; soit

$$\frac{5\,759 \times 2}{3,7.10^4} = 0,311\ \mu\text{C};$$

2° par le ciné-nucléographe (vitesse de rotation du disque porte-source, 1 t/mn) le comptage a porté sur 10 350 traces d'où une erreur statistique de l'ordre de 1 pour 100; résultat de la mesure : 5 850 α/s dans 2π, soit

$$\frac{5\,850 \times 2}{3,7.10^4} = 0,316\ \mu\text{C}.$$

Les résultats sont concordants à 1,6 pour 100 près.

Ces résultats confirment que le ciné-nucléographe peut être utilisé avec une bonne précision dans les domaines de faible activité.

Par ailleurs, on peut obtenir sans difficulté avec l'appareil existant une vitesse de rotation de 100 t/s, ce qui permet de mesurer des sources 6 000 fois plus intenses que dans les expériences précédentes, et avec les mêmes densités de traces sur la plaque. Ceci laisse prévoir que le ciné-nucléographe pourra être utilisé dans des domaines d'activité (de quelques microcuries à quelques millicuries) où les appareils de mesure actuellement en service sont en défaut ou sont très imprécis.

Les mesures au ciné-nucléographe étant assez longues, il sera sans doute commode de l'utiliser pour étalonner des chambres d'ionisation à diaphragmes d'emploi plus rapide.

Manuscrit reçu le 6 mai 1954.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 15, NOVEMBRE 1954, PAGE 715.

UNE RÉALISATION DU CINÉ-NUCLÉOGRAPHE DE M. LE PROFESSEUR LAPORTE

Par Marcel FRILLEY,
Laboratoire Curie.

Sommaire. — Description d'un appareil destiné à enregistrer dans l'émulsion d'une plaque photographique les trajectoires de particules émises par une source radioactive mobile pour mesurer l'intensité de la source ou la période d'un radioélément à vie brève.

Une nouvelle méthode d'étude des phénomènes radioactifs a été proposée par M. Laporte [1] et une description sommaire d'une première réalisation de l'appareil [2] ainsi que des résultats obtenus [3] ont été publiés.

Divers perfectionnements destinés à augmenter la précision des mesures ont été apportés au premier modèle et nous décrivons ici le dispositif actuel en entier, bien que certains éléments soient les mêmes que dans le précédent montage.

L'appareil (*fig.* 1) est destiné à enregistrer dans l'émulsion épaisse d'une plaque photographique les trajectoires de particules ionisantes émises par une source radioactive qui se déplace dans un plan parallèle à celui de la plaque.

La méthode proposée exige l'observation individuelle des trajectoires et le repérage du point où elles ont pénétré dans l'émulsion. Ce point ne coïnciderait avec la position de la source au moment de l'émission que si la distance source-plaque était nulle et la source ponctuelle. On a montré [1] qu'il est possible d'utiliser les trajectoires émises par une source de dimensions finies mais que des corrections doivent être introduites en fonction de la distance source-plaque qu'il y a intérêt à rendre aussi petite que possible. Malgré l'emploi d'émulsions coulées sur des glaces de bonne qualité, la nécessité d'effacer les traces parasites avant d'employer les plaques crée à leur surface des irrégularités localisées qui empêchent actuellement d'utiliser une distance source-plaque inférieure à 0,05 mm.

La source doit se déplacer, par rapport à la plaque suivant une géométrie connue, avec une vitesse variable dans des limites aussi larges que possible,

et de manière à utiliser la plus grande partie de la surface sensible. Pour faciliter une construction précise de l'appareil, nous avons utilisé des mouvements circulaires.

La source doit pouvoir être réalisée sous diverses formes suivant le radioélément employé et renouvelée lorsque son activité ne correspond plus à l'expérience à réaliser.

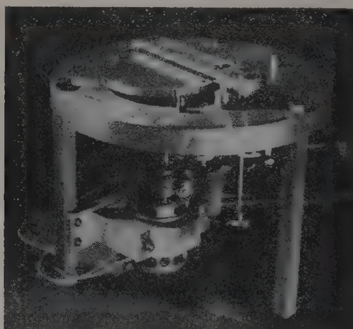


Fig 1.

En fonction de ces conditions, nous avons adopté les dispositions suivantes.

1° **Mouvement de la source.** — La source, préparée suivant la méthode chimique qui convient au radio-élément employé, est montée avec l'aide d'un calibre qui permet de régler sa position, dans un support qui peut être vissé dans un disque mobile autour d'un axe vertical.

Le disque en duralumin de 10 mm d'épaisseur a un diamètre de 150 mm. Le rayon de giration de la source est de 70 mm. La vitesse de rotation peut être réglée jusqu'à 6 000 t/mn. Elle est mesurée au strosboscope lorsqu'elle est rapide ou au chronomètre pour les vitesses faibles.

Le disque est entraîné par un moteur à vitesse variable. Pour obtenir des vitesses de quelques tours par minute sans modification mécanique de l'ensemble, on utilise un moteur auxiliaire qui entraîne l'arbre du moteur principal mis hors circuit.

2° **Mouvement de la plaque.** — Pour utiliser toute la surface de l'émulsion on fait décrire à la source plusieurs passages successifs devant la plaque en déplaçant celle-ci. A cet effet, le porte-plaque tourne autour d'un axe parallèle à celui du disque (entraxe 115 mm) et son mouvement est lié à celui du disque de façon que l'espacement des passages de la source soit indépendant de la vitesse. La liaison entre les deux arbres est réalisée par un démultiplicateur 1/200 solidaire du moteur principal et entraînant par des engrenages l'arbre du porte-plaque; les engrenages sont interchangeables pour permettre d'obtenir un rapport convenable des vitesses angulaires (*fig.* 2).

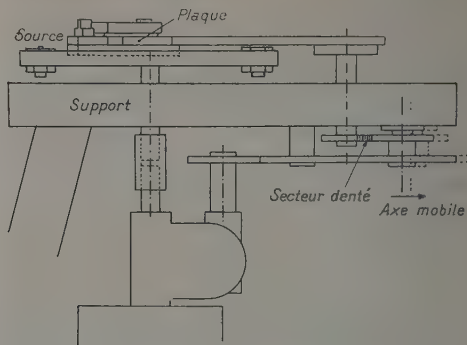


Fig. 2.

La forme du porte-plaque a été déterminée de façon que les passages successifs de la source devant l'émulsion soient sensiblement des arcs de cercle régulièrement espacés et centrés au voisinage du grand axe de la plaque (*fig.* 3).

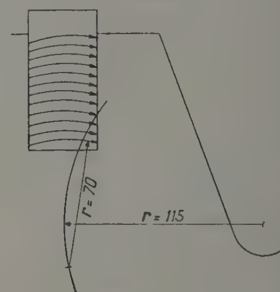


Fig. 3.

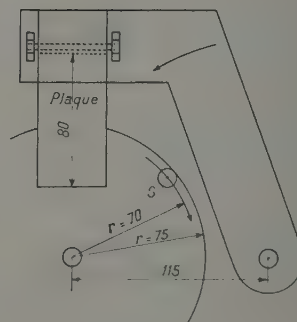


Fig. 4.

La plaque photographique doit être fixée sur un support de façon que la surface de l'émulsion soit parallèle à la face supérieure du disque portant la source. Celle-ci tournant à 0,05 mm de l'émulsion, il est nécessaire de prendre comme plan de référence la surface de l'émulsion pour fixer la plaque dans son

support. L'épaisseur de l'émulsion en effet peut varier d'une plaque à l'autre et il est impossible de se référer au côté verre de la plaque. Il en résulte que l'émulsion doit prendre appui sur le porte-plaque sans que celui-ci passe au-dessus du disque porte-source. Dans le premier dispositif nous avons utilisé des plaques longues de 165 mm de façon à pouvoir les tenir par les extrémités en dehors du disque. Nous utilisons maintenant des plaques de 80 mm tenues en porte-à-faux par une seule extrémité au moyen d'une pince élastique (*fig.* 4).

3° **Irradiation d'une plaque.** — Un axe mobile portant deux des engrenages intermédiaires est tenu en place par un ressort et peut être écarté à la main pour permettre de ramener en arrière le porte-plaque après irradiation (*fig.* 2). L'engrenage monté sur l'axe du porte-plaque est un secteur d'environ 60°. Il ne vient en prise que lorsqu'on approche à la main la plaque du disque porte-source, et cesse de l'entraîner avant que le support de plaque vienne toucher le disque.

Le support de plaque étant éloigné du disque portant la source, on met en place une plaque et l'on met en mouvement le disque dont on règle et mesure la vitesse. On approche ensuite à la main le support de plaque jusqu'à ce que le secteur denté vienne en prise avec le pignon destiné à l'entraîner. Ces mouvements étant lents les dentures engrènent sans difficulté. Le support-plaque est alors entraîné vers le disque et s'arrête quand la plaque est totalement irradiée.

4° **Dispositif de dépouillement.** — Après développement de la plaque, les trajectoires des particules sont observées au microscope. Cette observation doit être faite dans des conditions telles que l'opérateur puisse à chaque instant connaître la direction dans laquelle la source se déplaçait lorsqu'elle a irradié la portion d'émulsion visible dans le champ. Il est en outre nécessaire que la plaque puisse être facilement déplacée sous le microscope parallèlement aux passages (quasi circulaires) que la source a effectués devant l'émulsion.

Un cadre dans lequel on peut fixer la plaque a été monté sur la platine du microscope au moyen de deux pièces qui permettent de donner à l'émulsion un mouvement relatif par rapport au centre du champ reproduisant le mouvement relatif de la source par rapport à la plaque (*fig.* 5).

Un axe (1), perpendiculaire à la platine, est fixé sur celle-ci à une distance du centre du champ égale au rayon de giration de la source (70 mm). Autour de cet axe tourne un bras (2) portant un second axe (3) parallèle au premier. L'entraxe est égal à celui des axes du porte-source et du porte-plaque du ciné-nucléographe (115 mm). Autour de l'axe (3) tourne la pièce (4) portant le cadre qui reçoit la plaque. Cette pièce a la même géométrie que le porte-plaque du cinénucléographe.

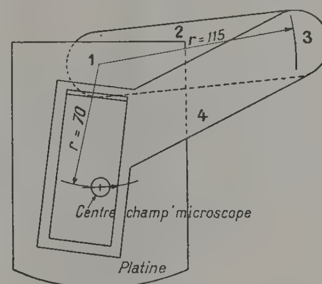


Fig. 5.

Ainsi lorsqu'on observe une région quelconque de la plaque on sait que le mouvement relatif de la source était dirigé de la gauche vers la droite de l'observateur. En outre si l'on fait tourner le dispositif autour de l'axe (1) on examine la plaque suivant un arc de cercle qu'on a pu amener à coïncider avec un passage de la source en réglant l'angle du bras (2) et de la pièce (4).

L'appareil a été construit par M. Souille à l'atelier du Laboratoire.

Manuscrit reçu le 8 mai 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] LAPORTE M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 889.
[2] FRILLEY M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 1326.
[3] ROERICH-GOUSSU Mme. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **237**, 1230.

MESURE DE L'ÉNERGIE DES ÉLECTRONS ENREGISTRÉS DANS LES ÉMULSIONS NUCLÉAIRES

Par Mlle M. MAITROT et M. G. MARGUIN,
Institut de Physique atomique de Lyon.

Sommaire. — En utilisant une méthode d'effacement précédemment décrite, on est parvenu à enregistrer dans des plaques G5 les électrons du spectre du Ra*E*. Mesure et comparaison de l'angle moyen de scattering avec la théorie pour différentes valeurs de l'énergie des électrons incidents, de 170 à 780 keV.

1. **Introduction.** — L'étude des électrons dans les plaques Ilford G5 se heurte à plusieurs difficultés, provenant soit de l'existence d'un fond parasite, les plaques contenant dès leur arrivée au laboratoire un grand nombre de traces (traces cosmiques et de contamination radioactive), soit du discernement insuffisant des traces. On peut, en effet, suivre assez aisément des traces d'une énergie inférieure à 200 keV ou supérieure à 2 MeV; dans le premier cas, leur forte ionisation permet de les distinguer facilement, malgré leur diffusion élevée. Dans le deuxième cas, les traces sont rectilignes, ou quasi rectilignes, et même si l'on « perd » une trace en un certain point, il est relativement aisé de la retrouver plus loin dans le prolongement de sa direction initiale.

Par contre, entre 2 MeV et 200 keV et surtout entre 800 et 200 keV, il est pratiquement impossible de suivre les traces d'électrons; leur diffusion élevée et leur faible densité de grains les rend indiscernables par rapport au fond de grains développés [1], [9].

La méthode d'effacement permet de pallier ces inconvénients : grâce à elle, on peut obtenir des zones de grande sensibilité, sans traces parasites; d'autre part, le fond de grains développés est généralement très faible, et il devient très facile de suivre toutes les traces d'électrons. On a pensé que, dans ces conditions, il serait intéressant d'enregistrer des traces d'énergie connue pour déterminer la méthode la plus propre à la mesure de cette énergie, et obtenir la valeur de la constante de scattering.

2. **Technique d'enregistrement.** — 1° Effacement du fond parasite. — Nous ajouterons à l'article précédemment publié [2] quelques précisions sur le traitement employé :

a. Les résultats dépendent du paquet de plaques utilisé : la largeur de la zone sensible peut varier d'un paquet à un autre.

b. On obtient de bons résultats seulement dans une certaine zone sur le pourtour des plaques. Si l'on place un anneau de garde autour des émulsions pendant le traitement dans l'étuve, la zone de sensibilité disparaît complètement. Cet effet est dû peut-être à une meilleure pénétration de la vapeur d'eau, à une oxydation plus poussée ou plus rapide, mais on ne voit pas pourquoi ce résultat ne pourrait être obtenu au milieu de la plaque.

c. Il n'existe pas de zone intermédiaire entre une sensibilité excellente et une sensibilité à peu près nulle; généralement la plaque est sensible sur toute son épaisseur près du bord, et l'épaisseur sensible diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de celui-ci. A une certaine distance, la surface seule est sensible.

Il peut arriver, cependant, que certaines couches situées près du bord de l'émulsion soient seules sensibles sur une faible profondeur. Là encore, la sensibilité est excellente, mais les couches plus superficielles ou plus profondes sont totalement insensibles.

d. Dans les conditions expérimentales où nous nous sommes placés on peut constater que tous les centres de sensibilité ont été détruits en même temps que l'image latente pendant l'effacement; l'émulsion a subi une véritable rematuration avec formation de nouveaux centres de sensibilité; d'autre part, si l'on n'utilise pas de la vapeur d'eau saturante, on peut conserver aux plaques une certaine sensibilité, mais dans ces conditions, les anciennes traces n'ont été effacées que partiellement. Il semble donc bien qu'on ne puisse effacer totalement l'image latente sans détruire en même temps les centres de sensibilité, du moins par cette méthode [10].

e. Enfin, on obtient des grains plus gros, en plus grand nombre que dans les plaques non effacées; ces deux facteurs rendent le discernement des traces d'électrons peu énergétiques beaucoup plus aisé; mais la grosseur des grains risquerait de rendre un peu aléatoire la mesure du scattering des traces de grande énergie. De plus, il est possible que la position même des zones privilégiées en bordure des plaques augmente la distorsion. Cependant, dans la

zone d'énergie qui nous intéresse, cette distorsion est tout à fait négligeable. Le diamètre des grains varie entre 0,3 et 1 μ.

Tout près du bord, il peut atteindre 2 μ ou plus, si le traitement est trop poussé.

2° Spectrographie magnétique. — Les plaques G5 de 100 μ effacées sont placées dans un spectrographe magnétique, à 180° par rapport à la source de RaE en champ homogène. Les plaques sont disposées de telle sorte que leur plan fait un angle de 10° environ avec le plan contenant les trajectoires des électrons : la focalisation est obtenue sur le bord supérieur des plaques.

Ce système d'enregistrement marque un progrès très important sur l'emploi des émulsions photographiques ordinaires, car il suffit de quelques dizaines de traces dans une région donnée d'une plaque pour pouvoir effectuer une mesure; la sensibilité de la méthode est limitée seulement par l'enregistrement des particules cosmiques et du fond de contamination du laboratoire.

Cependant on ne peut être encore absolument sûr d'avance que telle ou telle région de la plaque sera effectivement sensible sur une épaisseur suffisante. Nous avons étudié le scattering des traces d'électrons dans les régions où une épaisseur d'émulsion développée de 30 μ au minimum était redevenue sensible.

3. Mesure de l'énergie. — 1° Diverses méthodes. — *a*. Dans la région qui nous intéresse (200 à 800 keV) on ne peut employer la méthode du parcours résiduel, celui-ci étant de plusieurs centaines de microns : les traces, en général ne se terminent pas dans l'émulsion.

b. On pourrait essayer d'utiliser la mesure de la densité de grains, laquelle varie rapidement dans cette région : malheureusement, il n'est pas sûr que celle-ci soit identique d'un bout à l'autre de la plaque même dans des régions également distantes du bord. Elle peut varier aussi un peu avec la profondeur des traces. Elle est d'ailleurs très élevée (en moyenne, environ 50 grains par 100 μ pour les traces au minimum d'ionisation).

c. La seule méthode utilisable est donc la mesure de l'angle de scattering.

2° Mesure du scattering. — Les méthodes employées pour mesurer le scattering des particules de grande énergie définissent une direction approximativement parallèle à la trace (méthode des coordonnées de Fowler, méthode du centre de gravité de Molière). Ici, une telle direction serait en général bien arbitraire, l'angle de scattering étant trop élevé, et nous avons été amenés à procéder différemment.

La méthode de Goldschmidt et Clermont [3] qui consiste à mener des tangentes à la trajectoire est déjà bien plus facile à utiliser, parce que la forte densité de grains rend les trajectoires presque continues, surtout si l'on utilise un grossissement de microscope relativement faible. Nous avons préféré utiliser la méthode de mesure des angles entre cordes successives.

Quelle que soit la méthode employée, il est plus avantageux de dessiner au moyen d'un dispositif de projection ou d'une chambre claire toutes les traces d'un même champ présentant des caractéristiques convenables quant à leur direction initiale dans l'émulsion : cette manière de procéder ne produit qu'un faux scattering négligeable et nous l'avons adoptée pour les raisons suivantes :

a. On ne risque pas de choisir inconsciemment des traces présentant des particularités quelconques, et l'on obtient des résultats beaucoup plus reproductibles d'une plaque à une autre;

b. Il est beaucoup plus facile de diviser les traces en cellules égales;

c. Enfin, cette méthode est beaucoup plus rapide que toutes les autres méthodes. Elles est aussi précise, dans le cas qui nous préoccupe, qu'une méthode de mesure directe (méthode du centre de gravité par exemple) utilisant un oculaire micrométrique à tambour, les angles de scattering étant suffisamment grands.

3° Longueur de cellule optimum. — Le problème est bien différent de celui qui se pose dans le cas de traces de grande énergie dont on veut obtenir l'angle de scattering individuel; deux sources d'erreurs importantes se manifestent alors variant en sens inverse l'une de l'autre : l'erreur de mesure, d'autant plus faible que la cellule est plus grande et l'erreur statistique, qui dépend du nombre de cellules, et diminue si l'on augmente le nombre de cellules.

Dans nos expériences sur les électrons peu énergiques, l'erreur de mesure subsiste, mais l'erreur statistique peut être rendue aussi petite que l'on veut en mesurant un nombre de traces suffisamment grand. Cependant il existe toujours une longueur de cellule optimum : en effet, l'énergie de la particule incidente ne peut plus être tenue pour constante mais varie le long de la trajectoire : il en résulte une seconde possibilité d'erreur, d'autant plus élevée que la longueur de cellule est plus grande : nous devrons donc trouver ici aussi une longueur de cellule optimum, et théoriquement nous borner à mesurer l'angle entre les deux premières cellules : nous verrons cependant que tant que l'énergie est supérieure à une certaine valeur limite, on peut mesurer plusieurs cellules sur chaque trace, sans modifier très sensiblement le résultat.

4. Les erreurs. — 1° Erreur de mesure due a la grosseur des grains. — On la détermine expérimentalement [3] en divisant plusieurs traces de même énergie en un certain nombre de cellules

de différentes longueurs. Sur les plaques G5 que nous avons étudiées, nos résultats sont traduits figure 1. On obtient en portant en ordonnée l'angle de scattering apparent et en abscisse la longueur de cellule utilisée, une courbe qui décroît d'abord, puis augmente ensuite à peu près comme $\sqrt{t}$ (t, longueur de cellule).

Soit ε l'angle de faux scattering dû à l'erreur de mesure; on a :

$$\bar{\theta}_a^2 = \bar{\theta}_v^2 + \bar{\varepsilon}^2$$

θ_v, angle de scattering vrai;
θ_a, angle de scattering apparent.

Mais

$$\theta_v = K\sqrt{t} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{K_1}{t}.$$

On peut ainsi obtenir les deux valeurs des constantes K et K_1 pour une énergie donnée.

On trouve un faux scattering d'environ 4° par cellule de 6 μ, et l'on devra donc prendre une longueur de cellule égale ou supérieure à celle qui nous donnerait par exemple [3]

$$\theta_v = 4\varepsilon,$$

donc dans le cas de la courbe de la figure 1 une cellule égale ou supérieure à 12 μ.

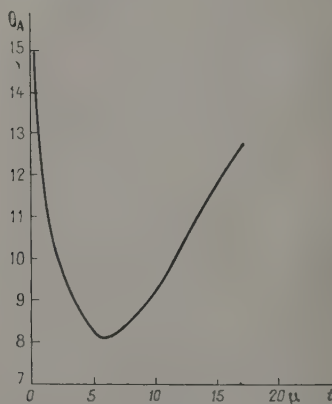


Fig. 1. — Variation de l'angle de scattering apparent avec la longueur de cellule.

L'erreur relative sera alors inférieure à $\frac{\varepsilon^2}{\theta_v^2 + \varepsilon^2}$ soit environ 6 pour 100.

Sur la figure 2, la variation de l'angle de scattering moyen avec la longueur de cellule pour $\varepsilon = 590$ keV montre bien une variation en $\sqrt{t}$, ainsi que nous le verrons plus loin.

2° Erreur due a la variation d'énergie de la particule incidente. — Dans la région d'énergie considérée, l'angle de scattering est lié à l'énergie de la particule incidente par la relation

$$\theta = C\frac{\sqrt{t}}{E},$$

où C est une fonction lentement variable de t, et

$$E = F(R) = aR^n M^{(1-n)},$$

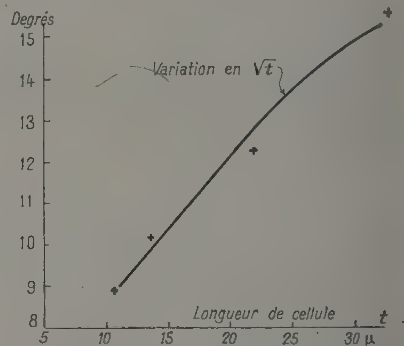


Fig. 2. — Variation de l'angle de scattering avec la longueur de cellule pour les traces de 590 keV.

où n est une fonction lentement variable de R, R étant le parcours résiduel et a et M étant des constantes.

Pour une longueur de cellule t donnée, on a :

$$\theta = \frac{C_1}{R^n},$$

où C_1 est une fonction de t variant lentement avec R, et

$$\frac{d\theta}{\theta} = -n\frac{dR}{R}.$$

La courbe théorique angle de scattering-parcours [3] nous donne :

$n = 0{,}7$ pour $E \sim 750$ keV,
$n = 0{,}85$ $E \sim 500$ » ,
$n = 0{,}95$ $E \sim 200$ » .

Donc une précision de 10 pour 100 sur θ suppose, d'après les relations théoriques, une longueur étudiée de :

θ (°).	dR (μ).	E (keV).
110	10	~ 190
100	15	~ 210
70	36	~ 300
50	50	~ 400
30	110	~ 700

θ étant l'angle de scattering entre tangentes distantes de 100 μ.

Remarque. — Pour mesurer le premier angle de chaque trace, deux cellules nous sont nécessaires.

Si $d\theta$ est la variation de θ_{moy} à l'extrémité de ces deux cellules, l'erreur moyenne commise en mesurant l'angle de scattering entre les deux premières cellules est $\frac{d\theta}{2}$. Par conséquent, on pourra prendre une longueur de cellule égale aux valeurs précédentes et non à la moitié.

3° Erreur statistique. — Cette erreur est donnée par :

$$\varepsilon_2 = \frac{0,54}{\sqrt{n}},$$

où n est le nombre de cellules utilisées.

On peut la rendre plus faible que les autres erreurs en examinant un nombre de traces suffisant. Pour 100 traces examinées, elle est d'environ 5 pour 100.

4° Autres sources d'erreur. — Elles sont plus difficiles à chiffrer.

a. Disparition rapide des traces à grand scattering. — L'épaisseur utilisable des plaques n'est pas bien considérable : nous avons utilisé des plaques de 100 μ, mais le traitement réduit sensiblement cette épaisseur près du bord (une plaque effacée a toujours tendance à être plus épaisse au milieu qu'au bord). Dans les régions les plus favorables, on dispose d'une épaisseur après traitement d'une trentaine de microns, soit environ 60 à 65 μ d'émulsion non développée. Dans ces conditions, il n'est pas impossible qu'un certain nombre de traces à scattering élevé s'échappent rapidement. Cependant, il ne semble pas que la distribution des angles de scattering trouvée dépende beaucoup de l'épaisseur sensible : on trouve à peu près la même distribution pour deux plaques, d'épaisseur sensible 20 et 30 μ (après traitement). Cependant on ne trouve pas toujours une queue de scattering bien considérable dans les histogrammes : par exemple I (*fig.* 4) et II (*fig.* 3). Pour éviter cette erreur, il conviendrait d'utiliser des cellules courtes. On voit, en effet (*fig.* 7), que la queue de scattering disparaît toujours quand on utilise des cellules de plus en plus longues.

b. Une autre source d'erreur éventuelle, c'est la présence possible, malgré l'effacement, de quelques traces dues à la diffusion des électrons sur les parois du spectrographe, et au fond parasite (cosmiques, fond du laboratoire). Pour éliminer cette source d'erreur, nous avons utilisé seulement les traces pénétrant dans l'émulsion avec une direction convenable par rapport à la source (ces traces sont d'ailleurs en grande majorité tant que l'énergie des électrons incidents est supérieure à 200 keV). Nous avons examiné six plaques différentes, dont quatre posées dans les mêmes conditions, pour vérifier que les résultats sont bien reproductibles, et nous avons placé dans le spectrographe une plaque témoin sans source : cette plaque témoin contient seulement des traces peu nombreuses, et sans direction privilégiée.

c. Les erreurs provenant de la géométrie de l'appareil sont faibles : on peut prendre une source suffisamment intense pour pouvoir la diaphragmer convenablement. Cependant le rayon de courbure des particules arrivant en un même point de la plaque peut varier de 4 pour 100 environ, dans le montage que nous avons utilisé pour les plaques I, II, III et IV et de 2 pour 100 pour les deux autres plaques. Le champ magnétique est sensiblement constant, le diamètre des pièces polaires de l'électroaimant étant grand par rapport à leur distance, et seule la partie centrale du champ est utilisée.

Le champ magnétique a été mesuré à 5 pour 100 près environ. L'énergie des électrons est donc connue à moins de 10 pour 100 près.

5. **Résultats.** — 1° Mesures préliminaires. — Nous avons mesuré l'angle de scattering entre cordes de traces se trouvant aux deux extrémités d'une même plaque, dans les régions I (275 keV) et II (590 keV). Nous avons dessiné toutes les traces de plusieurs champs pénétrant dans l'émulsion par la surface de celle-ci, tout d'abord sans tenir compte de leur direction initiale; nous avons utilisé pour ces deux régions une cellule de 14 μ.

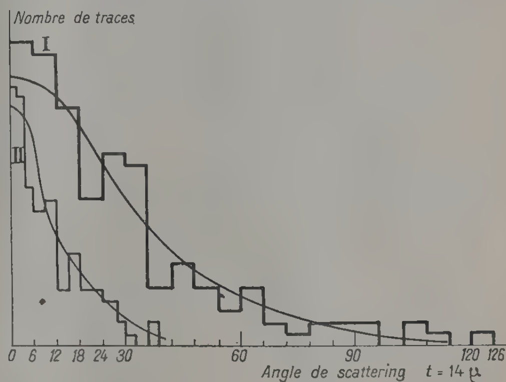


Fig. 3. — Distribution des angles de scattering.
Histogramme I : E = 275 keV (158 cellules, 47 traces) moyenne : θ = 26° 30′ sans cut off et = 23°20′ avec cut off.
Histogramme II : E = 590 keV (123 cellules, 28 traces) θ = 10°.

On obtient ainsi les histogrammes I et II (*fig.* 3) : on voit très nettement la différence de l'angle de scattering moyen entre les deux extrémités de cette première plaque. On obtient deux distributions sensiblement gaussiennes, l'une (275 keV) ayant une queue plus marquée que l'autre.

On obtient les valeurs suivantes pour l'angle de scattering :

$$\theta_{14\mu} = 26°\,30' \quad (275 \text{ keV}),$$
$$\theta'_{14\mu} = 10° \quad (590 \text{ keV}).$$

Si l'on tient compte de la queue de scattering, on obtient en utilisant la règle du cut off à quatre fois la valeur moyenne :

$$\theta = 23°20' \quad (275 \text{ keV}),$$
$$\theta' = 10° \quad (590 \text{ keV}).$$

Cela correspondrait à des valeurs de l'angle entre tangentes espacées de 100 μ, en admettant un facteur d'affaiblissement de 0,74 :

$$\theta_{100\mu} \text{ (tangentes)} = 82° \quad (\text{pour } 275 \text{ keV}),$$
$$\theta'_{100\mu} = 37°,4 \quad (\text{pour } 590 \text{ keV}).$$

Remarque. — Nous avons mesuré l'angle moyen entre cordes pour toutes les traces en négligeant leur direction initiale. Cette cause d'erreur, importante surtout pour 275 keV, augmente probablement la valeur de l'angle de scattering.

2° Reproductibilité des résultats obtenus sur plusieurs plaques. — Nous avons ensuite vérifié la bonne reproductibilité des résultats d'une plaque à une autre, en mesurant la distribution des angles de scattering sur 77 traces (296 cellules), plaque III et 82 traces (316 cellules), plaque II, dans la région 275 keV. On voit que l'on obtient deux distributions bien gaussiennes (*fig.* 4). Cependant, seule la plaque II donne une queue de scattering bien nette. On obtient dans ces deux plaques :

$$\theta_{11\mu} = 19° \quad (\text{plaque II}),$$
$$\theta_{11\mu} = 18°,5 \quad (\text{plaque III}),$$

Ces traces ont été choisies avec une direction initiale correcte. On obtient un angle de scattering un peu inférieur à celui obtenu plaque I, en ne faisant pas de discrimination sur la direction des traces, près de leur origine dans l'émulsion.

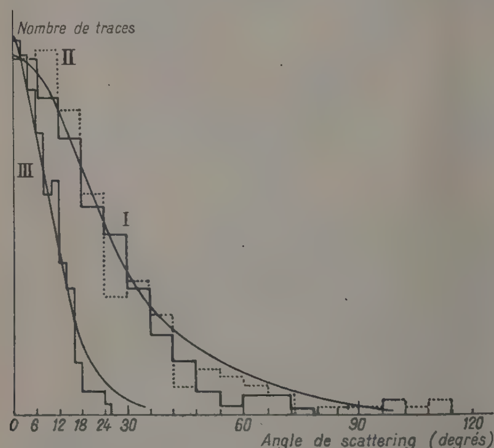


Fig. 4.

Les histogrammes I et II représentent la distribution des angles de scattering de traces d'énergie : 275 keV; longueur de cellule : 11 μ. — Histogramme I : 296 cellules de 77 traces, plaque III; histogramme II : 316 cellules de 82 traces, plaque II.
Histogramme III (longueur de cellule : 16 μ; énergie : 780 keV) : distribution des angles de scattering pour 75 traces (195 cellules), plaque IV.

Nous avons de même mesuré le scattering de 70 traces (373 cellules) dans la région 590 keV. On obtient une distribution sensiblement gaussienne et un angle de scattering de : 8° 48′ (avec cut off), soit 35,6° pour 100 μ entre tangentes et 9° (sans cut off), soit 36,4° pour 100 μ entre tangentes.

3° Autres résultats. — Nous avons de même mesuré le scattering de 75 traces dans la plaque IV (780 keV) (*fig.* 4, histogramme III) et celui de 80 traces, plaques V (210 keV) et 73 traces également, plaque V (170 keV) (*fig.* 8 et 9).

On obtient les valeurs de l'angle de scattering suivantes :

780 keV..........	$\theta_{16\mu} = 7°$
210 »	$\theta_{10,0\mu} = 23$
170 »	$\theta_{10,5\mu} = 30$

(Une seule cellule est mesurée pour chaque trace dans ce dernier cas.) Nous avons enfin mesuré le scattering de 135 traces (370 keV) et 66 traces (570 keV) plaque VI

590 keV..........	$\theta_{10\mu} = 8°30'$
370 keV..........	$\theta_{10\mu} = 10°30'$

4° Détermination de l'angle de scattering sur les premières cellules seules. — Nous allons maintenant tenir compte seulement du premier angle mesuré pour chaque trace (angle entre les deux premières cordes).

On obtient ainsi les histogrammes des figures 5, 6 (II) et 8 (II) et les valeurs de θ avec cut off et sans cut off

Énergie (keV).	Avec cut off.	Sans cut off.	
780.......	6°50′	6°50′	pour 16 μ (± 0°30′)
590.......	8 20	8 45	11 (»)
370.......	10 30	11 30	10 μ (± 1°)
275.......	18 20	19 20	11 (+ 0°50′ / — 1°)
210.......	21 10	22	10,6 (+ 1°30′ / — 2°)
170.......	28 20	30	10,6 (*cf.* remarque)

Nous avons cherché à voir si les angles de scattering varient bien comme la racine carrée de la longueur de cellule (dans la limite des erreurs expérimentales). Aussi plusieurs mesures ont été effectuées sur les traces de 590 keV (98 traces).

On obtient (*fig.* 7)

$$\theta_2(22\,\mu) = 11,9°,$$
$$\theta_2(33\,\mu) = 15,8°$$

et sur la figure 2 on a reporté ces valeurs de l'angle de scattering moyen en fonction de la longueur de cellule. On voit que l'angle de scattering moyen est bien proportionnel à la racine carrée de la longueur de cellule. Cette vérification a été effectuée également pour la plaque VI (66 traces).

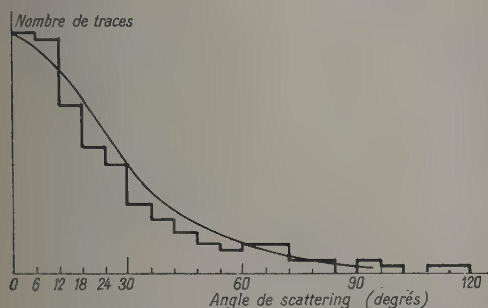


Fig. 5. — Distribution des angles de scattering des premières cellules de 204 traces situées dans trois plaques ($E = 275$ keV, $\theta_{11\mu} = 19° 20'$).



Fig. 6.

Histogramme I obtenu pour 373 cellules (70 traces). $E = 590$ keV; $t = 11\ \mu$.
Histogramme II obtenu pour 70 + 28 premières cellules de 98 traces, plaques I et III. $E = 590$ keV; $t = 11\ \mu$.

On peut noter (*fig.* 7) que la queue de scattering disparaît quand on emploie des cellules trop grandes, les traces à grand angle de scattering étant généralement plus courtes que les autres.

Pour rapporter ces angles à une cellule standard de $100\ \mu$, il faut noter que, dans la formule :

$$\theta = C \frac{\sqrt{t}}{E};$$

on ne peut plus considérer C comme une constante; C varie d'une manière appréciable entre 10 et $100\ \mu$ $\left(\text{environ dans le rapport } 0{,}86 = \frac{2{,}71}{3{,}12}\right)$.

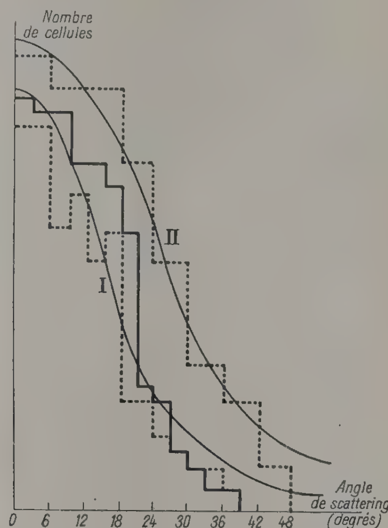


Fig. 7.

Histogramme I obtenu en mesurant des traces de 590 keV avec une longueur de cellule $t = 22\ \mu$. — Trait plein : on a mesuré les deux premiers angles; trait pointillé : on a mesuré seulement le premier angle.
Histogramme II (cellules de $33\ \mu$, 590 keV) : on a mesuré un seul angle pour 67 traces.

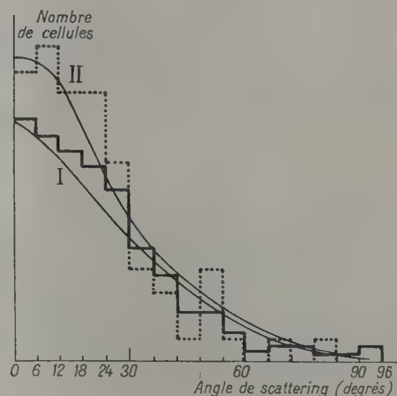


Fig. 8. — Distribution des angles de scattering pour des traces d'une énergie $E = 210$ keV (plaque V).
Histogramme I : on a mesuré tous les angles de 73 traces (254 cellules de $10{,}6\ \mu$); histogramme II : on a mesuré seulement le premier angle.
On commence à apercevoir ici nettement l'augmentation de $\bar{\theta}$ quand R diminue : $\bar{\theta}_1 = 23°$; $\bar{\theta}_2 = 21°$.

D'autre part, nous avons mesuré des angles entre cordes au lieu des angles entre tangentes corres-

pondants : il en résulte un coefficient d'affaiblissement égal à

$$\sqrt{\frac{3}{2}} = 0,819,$$

d'où un facteur d'affaiblissement total : 0,7 pour 10 μ et 0,74 pour 16 μ.

On obtient finalement les valeurs suivantes, pour l'angle entre tangentes espacées de 100 μ et pour la constante de scattering :

Énergie (keV).	Angle de scattering pour 100 μ (°). Sans cut off.	Avec cut off.	En tenant compte du facteur d'affaiblissement 0,91 dû au cut off.	Constante de scattering. Sans cut off.	Avec cut off.	K cut off $\times \frac{1}{0,91}$.
780	23 ± 2	23 ± 2	25,3 ± 2	17,9	17,9	19,5
590	36,10 ± 2	34,40 ± 2	38 ± 2	21,3	20,5	22,4
370	51,9 ± 3	47,8 ± 3	52 ± 3	19,2	17,7	19,3
275	82,4 +3 −4	78,3 ± 4	86 ± 4	22,6	21,6	23,6
210	94 +6 −9	90 +6 −9	99 +6 −9	19,7	18,9	20,8
170	128	120,7	140	21,7	20,4	23,8

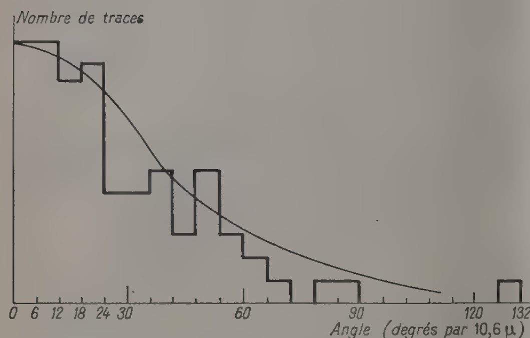


Fig. 9. — Distribution des angles de scattering des premières cellules de 80 traces, plaque V; $E = 170$ keV.

Remarque. — L'angle de scattering pour la valeur de 170 keV est donné surtout à titre indicatif, les causes d'erreur devenant certainement beaucoup plus nombreuses et difficiles à chiffrer quand l'énergie diminue : nombreuses traces de diffusion parasite ne présentant pas une direction correcte à l'origine, valeur élevée de l'angle de scattering, rendant aléatoire la définition du coefficient d'affaiblissement, etc.).

6. **Comparaison des résultats avec la théorie.** — Toutes les théories du scattering multiple (Molière, Snyder et Scott, etc.) conduisent à peu près aux mêmes résultats numériques. Nous avons relevé figure 10 la courbe $\theta = F(E)$ donnée par Goldschmidt-Clermont [3] pour les électrons (trait plein).

Nous avons porté sur cette même figure les résultats expérimentaux trouvés par nous. On voit que, dans la limite des erreurs expérimentales les valeurs trouvées pour les angles entre tangentes séparées de 100 μ sont bien conformes aux valeurs théoriques. Cependant nous avons obtenu des valeurs un peu faibles pour 370 et 780 keV (*voir* à ce sujet Voyvodic et Pickup [6] et Corson [8] qui trouvent des valeurs également en accord avec la théorie, mais dans un domaine d'énergie plus élevé).

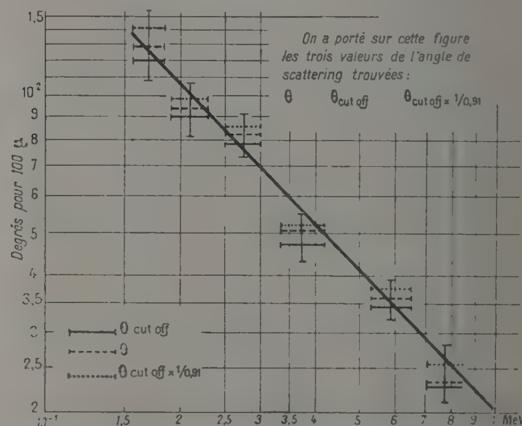


Fig. 10. — Relation énergie-angle de scattering pour les électrons.

D'autres auteurs [7] trouvent, par contre, des résultats inférieurs à la valeur théorique. Hisdal [5] utilise comme nous, mais sans les effacer, des émulsions nucléaires G5 pour une énergie de 590 keV; il trouve une valeur expérimentale de la constante de scattering égale à la moitié seulement de la valeur théorique. Ce désaccord avec nos expériences est difficile à expliquer théoriquement.

Nous pensons pouvoir interpréter l'écart de

Hisdal par une densité de grains insuffisante, favorisant le choix de traces plus droites. La plus forte densité de grains obtenue en certaines régions de la plaque par la technique de l'effacement permet de perdre beaucoup moins de traces et d'accroître ainsi la précision des mesures : on pourrait encore augmenter celle-ci en améliorant la géométrie du spectrographe ou en enregistrant des électrons monoénergétiques.

7. **Conclusion.** — Malgré les difficultés que présente à l'heure actuelle la technique de l'effacement des émulsions G5, on voit tout le parti que l'on pourrait tirer des deux améliorations fondamentales résultant de cette technique à savoir l'absence de fond parasite et une densité de grains plus élevée, ces deux améliorations étant essentielles pour accroître le domaine d'utilisation des plaques en Physique corpusculaire.

Les résultats obtenus ici sont en bon accord avec les théories du scattering multiple, et il ne semble donc pas nécessaire de modifier la loi du scattering simple pour rendre compte de ces résultats [5].

Nous exprimons notre vive reconnaissance à M. le Professeur J. Thibaud pour ses bienveillants conseils et pour l'intérêt qu'il n'a cessé de porter à ces recherches.

Manuscrit reçu le 20 février 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] BEISER A. — *Rev. Sc. Instr.*, 1952, **23**, 500.
[2] MARGUIN G. et MAITROT M. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 123.
[3] GOLDSCHMIDT-CLERMONT. — *Nuovo Cimento*, 1950, **7**, 331; *Bull. Centre Phys. Nucl. de l'U. L. B.*, février 1950, n° 14.
[4] GOTTSTEIN, MENON, MULVEY, O'CEALLAIGH et ROCHAT, — *Phil. Mag.*, 1951, **42**, 708.
[5] HISDAL E. — *Phil. Mag.*, 1952, **43**, 791.
[6] VOYVODIC et PICKUP. — *Phys. Rev.*, 1952, **91**, 85.
[7] HANG-COOK PRIMAKOFF. — *P.hys. Rev.*, 1953, **90**, 544.
[8] CORSON. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 303; 1951, **84**, 605.
[9] VIGNERON L. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 124-125.
[10] DEMERS, LAPALME et THOUVENIN. — *Canadian J. Phys.*, 1953, **31**, 295.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 15, NOVEMBRE 1954, PAGE 264.

FORCES TENSORIELLES DÉPENDANT DE LA VITESSE

Par MARCOS MOSHINSKY,
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — La force tensorielle jusqu'alors introduite dépend seulement des coordonnées des positions relatives des deux nucléons. Il est cependant possible d'introduire une force tensorielle dépendant des quantités de mouvement relatives, que nous pouvons appeler force tensorielle dépendant de la vitesse, et qui pour le problème de deux nucléons donne le même mélange d'états ^3S et ^3D que les forces tensorielles ordinaires. Nous montrerons, dans un cas particulier, que les forces tensorielles dépendant de la vitesse conduisent à des équations du mouvement qui sont mathématiquement identiques aux équations de l'élasticité. Il est alors intéressant d'étudier ces forces tensorielles, car elles fournissent une solution du problème de deux nucléons au moyen de fonctions connues et donnent de nouvelles formes de l'interaction qui sont mathématiquement simples.

1. **Introduction.** — Depuis la découverte du moment quadrupolaire du deutéron, l'hypothèse d'une force tensorielle d'interaction entre deux nucléons a pris de plus en plus d'importance, tant pour le problème de deux nucléons que pour le problème de la structure nucléaire [1]. La force tensorielle jusqu'alors introduite dépend seulement des coordonnées des positions relatives des deux nucléons. Il est cependant possible d'introduire une force tensorielle dépendant des quantités de mouvement relatives, que nous pouvons appeler force tensorielle dépendant de la vitesse, et qui pour le problème de deux nucléons donne le même mélange d'états ^3S et ^3D que les forces tensorielles ordinaires. Nous montrerons, dans un cas particulier, que les forces tensorielles dépendant de la vitesse conduisent à des équations du mouvement qui sont mathématiquement identiques aux équations de l'élasticité. Il est alors intéressant d'étudier ces forces tensorielles, car elles fournissent une solution du problème

de deux nucléons au moyen de fonctions connues et donnent de nouvelles formes de l'interaction qui sont mathématiquement simples. En outre, l'étude de formes nouvelles d'interaction entre deux nucléons que l'on peut tirer de considérations phénoménologiques, peut être importante pour servir de guide aux théories mésoniques [2] des forces nucléaires.

Dans cet article, nous nous occuperons du problème non relativiste de deux nucléons. Pour simplifier, nous ne tiendrons pas compte de l'interaction coulombienne, de sorte que l'analyse suivante ne s'appliquera qu'aux interactions neutron-proton ou neutron-neutron. Dans le système du centre de gravité, l'hamiltonien le plus général pour l'interaction de deux nucléons prend la forme (¹) :

$$H = \left(\frac{p^2}{M}\right) + V\left(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \vec{\sigma}^{(1)}, \vec{\sigma}^{(2)}\right), \tag{1}$$

où M est la masse du nucléon (en admettant l'égalité des masses du proton et du neutron), $\mathbf{r}$ est le vecteur de position relative, $\mathbf{p}$ est le vecteur quantité de mouvement relative, $\vec{\sigma}^{(1)}$ et $\vec{\sigma}^{(2)}$ les opérateurs de spin associés aux deux nucléons. L'énergie potentielle V dépend alors tant de la position et de la quantité de mouvement que des opérateurs de spin. Or cette dépendance doit être telle que V reste invariant aux rotations et aux réflexions d'espace comme aux réflexions de temps [3]. Les opérateurs de spin $\vec{\sigma}^{(1)}$ et $\vec{\sigma}^{(2)}$ sont des vecteurs dont les composantes sont des matrices 4×4 définies par le produit direct des matrices de spin de Pauli $\vec{\sigma}$ et de la matrice unité 2×2 ; soit :

$$\vec{\sigma}^{(1)} = \vec{\sigma} \otimes I, \qquad \vec{\sigma}^{(2)} = I \otimes \vec{\sigma}. \tag{2}$$

Avec les matrices $\vec{\sigma}^{(1)}$ et $\vec{\sigma}^{(2)}$ nous pouvons former 16 matrices [3] linéairement indépendantes, au moyen desquelles nous pouvons exprimer le potentiel V par une combinaison linéaire. Pour des raisons qui apparaîtront par la suite, il convient d'exprimer les 16 matrices au moyen de deux scalaires ($f^{(1)}$, $f^{(2)}$), trois vecteurs ($w_i^{(1)}$, $w_i^{(2)}$, $w_i^{(3)}$, ce qui donne au total neuf matrices) et un tenseur symétrique de trace zéro (t_{ij}, ce qui donne cinq matrices linéairement indépendantes), définis par les expressions :

$$f^{(1)} = \frac{1}{8}\left(\vec{\sigma}^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\left(\vec{\sigma}^{(1)} . \vec{\sigma}^{(2)}\right), \tag{3}$$

$$f^{(2)} = I - f^{(1)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\left(\vec{\sigma}^{(1)} . \vec{\sigma}^{(2)}\right), \tag{4}$$

$$w_i^{(1)} = \left(\vec{\sigma}^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)}\right)_i, \tag{5a}$$

$$w_i^{(2)} = \left(\vec{\sigma}^{(1)} - \vec{\sigma}^{(2)}\right)_i, \tag{5b}$$

$$w_i^{(3)} = \left(\vec{\sigma}^{(1)} \times \vec{\sigma}^{(2)}\right)_i, \tag{5c}$$

$$t_{ij} = \left\{ -\frac{3}{4}\left[\sigma_i^{(1)}\sigma_j^{(2)} + \sigma_j^{(1)}\sigma_i^{(2)}\right] + \frac{1}{2}\left(\vec{\sigma}^{(1)} . \vec{\sigma}^{(2)}\right)\delta_{ij} \right\} \quad (i, j = 1, 2, 3). \tag{6}$$

(¹) Les lettres en caractères gras, ainsi que les lettres grecques surmontées d'une flèche représentent des vecteurs.

Le potentiel le plus général V de (1) peut maintenant s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} V\left(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \vec{\sigma}^{(1)}, \vec{\sigma}^{(2)}\right) = {} & F^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f^{(1)} + F^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f^{(2)} \\ & + W_i^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) w_i^{(1)} + W_i^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) w_i^{(2)} \\ & + W_i^{(3)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) w_i^{(3)} + T_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) t_{ij}, \end{aligned} \tag{7}$$

où les indices répétés sont sommés de 1 à 3 et les fonctions représentées par des majuscules sont des fonctions de $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$ seulement.

Avant de poursuivre la discussion du potentiel (7) et en particulier, l'analyse des termes de ce potentiel qui dépendent quadratiquement de $\mathbf{p}$, nous passerons, au prochain paragraphe, de la représentation qui a pour base le produit direct de deux spineurs, à une représentation qui a pour base un vecteur et un scalaire. Dans cette nouvelle représentation, les 16 matrices [(3) à (6)] prendront une forme particulièrement simple qui facilitera grandement la compréhension des différents termes d'interaction dans (7).

2. **Le potentiel d'interaction dans la représentation vecteur-scalaire.** — Les fonctions d'ondes Ψ qui sont fonctions propres de l'hamiltonien (1) peuvent s'exprimer au moyen du produit direct de spineurs associés aux deux particules sous la forme :

$$\begin{aligned} \Psi = {} & \psi_1(\mathbf{r})\,\alpha(\zeta_1)\,\alpha(\zeta_2) + \psi_2(\mathbf{r})\,\beta(\zeta_1)\,\alpha(\zeta_2) \\ & + \psi_3(\mathbf{r})\,\alpha(\zeta_1)\,\beta(\zeta_2) + \psi_4(\mathbf{r})\,\beta(\zeta_1)\,\beta(\zeta_2), \end{aligned} \tag{8}$$

où $\psi_1(\mathbf{r}), \ldots, \psi_4(\mathbf{r})$ sont fonctions des coordonnées relatives seulement ; α et β sont les fonctions propres de spin ; ζ_1 et ζ_2 sont les variables de spin associées aux deux particules.

Au lieu d'exprimer Ψ à l'aide du produit direct de spineurs, nous pouvons choisir une combinaison linéaire de ces produits directs, de manière à avoir une base dont les propriétés de transformations sont celles d'un vecteur ordinaire ou d'un scalaire. Nous pouvons exprimer les fonctions propres Ψ sous la forme :

$$\begin{aligned} \Psi = {} & u_1(\mathbf{r})\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left[-\alpha(\zeta_1)\,\alpha(\zeta_2) + \beta(\zeta_1)\,\beta(\zeta_2)\right] \\ & + u_2(\mathbf{r})\,\frac{i}{\sqrt{2}}\left[\alpha(\zeta_1)\,\alpha(\zeta_2) + \beta(\zeta_1)\,\beta(\zeta_2)\right] \\ & + u_3(\mathbf{r})\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\alpha(\zeta_1)\,\beta(\zeta_2) + \beta(\zeta_1)\,\alpha(\zeta_2)\right] \\ & + u_4(\mathbf{r})\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\alpha(\zeta_1)\,\beta(\zeta_2) - \beta(\zeta_1)\,\alpha(\zeta_2)\right]. \end{aligned} \tag{9}$$

Des propriétés des transformations du produit direct de spineurs [4], nous déduisons que u_1, u_2, u_3 se transforment comme un vecteur ordinaire au cours des rotations et des réflections, tandis que u_4 se transforme comme un scalaire. D'après (8) et (9)

nous voyons que $u_\alpha(\mathbf{r})$ et $\psi_\alpha(\mathbf{r})$, $(\alpha = 1, 2, 3, 4)$, sont liés par une matrice U de la forme :

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Dans ce qui suit, nous exprimerons toujours la fonction d'onde Ψ sous la forme (9) et, par conséquent, les matrices (3) à (6) exprimées au moyen de $\vec{\sigma}^{(1)}$, $\vec{\sigma}^{(2)}$ de (2) deviendront les matrices $U^{*\prime} f^{(1)} U$, $U^{*\prime} f^{(2)} U$, ..., où $U^{*\prime}$ est la matrice adjointe de U. Nous désignerons toutes les matrices de la nouvelle représentation par les mêmes lettres que dans l'ancienne, et un calcul élémentaire montre que ces matrices prennent la forme :

$$f^{(1)} = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right), \tag{11a}$$

$$f^{(2)} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right), \tag{11b}$$

$$w_i^{(1)} = 2\left(\begin{array}{c|c} S_i & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right), \tag{11c}$$

$$q_i w_i^{(2)} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \begin{array}{c} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{array} \\ \hline q_1\, q_2\, q_3 & 0 \end{array}\right), \tag{11d}$$

$$q_i w_i^{(3)} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \begin{array}{c} -iq_1 \\ -iq_2 \\ -iq_3 \end{array} \\ \hline iq_1\, iq_2\, iq_3 & 0 \end{array}\right), \tag{11e}$$

$$t_{ij} = \left(\begin{array}{c|c} -\frac{3}{2}(S_i S_j + S_j S_i) + 2I\,\delta_{ij} & 0 \\ \hline 0 & \end{array}\right). \tag{11f}$$

Dans (11), les matrices carrées ont les dimensions indiquées ci-dessous :

$$\left(\begin{array}{c|c} \;\;\;\;\; & \;\; \\ \hline & \end{array}\right)\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}. \tag{12}$$
$$\;\;3 \;\;\;\;\; 1$$

Les trois matrices S_i sont les matrices hermitiennes qui représentent les rotations infinitésimales dans l'espace ordinaire et qui sont données par :

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \\ S_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ S_3 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Ces matrices peuvent aussi être représentées au moyen d'un tenseur complètement antisymétrique ε_{jkl} $(j, k, l = 1, 2, 3)$ par la relation :

$$(S_j)_{kl} = -i\varepsilon_{jkl}, \tag{14}$$

où :

$$\varepsilon_{jkl} = \begin{cases} 0 & \text{si deux indices sont égaux;} \\ 1 & \text{si } jkl \text{ est une permutation paire de 1, 2, 3;} \\ -1 & \text{si } jkl \text{ est une permutation impaire de 1, 2, 3.} \end{cases}$$

Dans (11 d, e) nous donnons la représentation des produits scalaires $q_i w_i^{(2)}$, $q_i w_i^{(3)}$, où q_i est un vecteur arbitraire, de manière à ne pas écrire séparément les matrices des trois composantes de $w_i^{(2)}$ et $w_i^{(3)}$.

Sous la forme (11) prise par les matrices (3) à (6) dans la représentation vecteur-scalaire, nous voyons que les termes du potentiel (7) qui contiennent $f^{(1)}$, $w_i^{(1)}$ et t_{ij} agissent seulement sur le vecteur $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ de la fonction d'onde (9), c'est-à-dire, seulement sur l'état triplet. Le terme de (7) qui contient $f^{(2)}$ agit seulement sur u_4, c'est-à-dire, sur l'état singulet. D'autre part, les termes de (7) qui contiennent $w_i^{(2)}$, $w_i^{(3)}$ mélangent les états singulet et triplet.

Les coefficients des matrices dans (7) sont fonctions de $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$. Nous pouvons les développer en séries suivant les puissances de p_i; par exemple, pour $F^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ nous aurons :

$$F^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = F_0^{(1)}(\mathbf{r}) + F_i^{(1)}(\mathbf{r})p_i + F_{ij}^{(1)}(\mathbf{r})p_i p_j + \dots \tag{15}$$

Dans les développements du type (15) pour les coefficients de (7), nous garderons seulement les termes jusqu'au second ordre en p_i inclusivement. Cette restriction est justifiée par le fait qu'en mécanique classique, il existe une relation linéaire entre la quantité de mouvement et la vitesse si, et seulement si, l'hamiltonien contient la quantité de mouvement à une puissance au plus égale à 2.

Au prochain paragraphe, nous donnerons les termes de (7) avec les coefficients des puissances de la quantité de mouvement de degré 0, 1, et 2, qui satisfont aux conditions d'invariance aux rotations et aux réflexions d'espace, et aux réflexions dans le temps. Nous obtiendrons également les équations d'ondes correspondant à ces hamiltoniens invariants, et les exprimerons sous forme vectorielle.

3. Potentiels d'interaction satisfaisant aux conditions de symétrie. — Nous nous occuperons principalement des potentiels d'interaction qui dépendent des termes quadratiques par rapport à la quantité de mouvement, mais pour être complet, nous indiquerons brièvement les termes du potentiel d'interaction qui dépendent seulement de la position, ou linéairement de la quantité de mouvement.

Dans le cas où les coefficients des matrices de (7) dépendent seulement de la position, il est bien connu [3] que le potentiel, invariant aux

réflexions et rotations de l'espace, et aux réflexions dans le temps, a la forme :

$$V^{(1)}(r)f^{(1)}+V^{(2)}(r)f^{(2)}+V_T(r)r^{-2}x_i x_j t_{ij}. \qquad (16)$$

Dans le cas où le potentiel dépend linéairement de la quantité de mouvement, Wigner et Eisenbud [3] ont montré que le potentiel a la forme :

$$W^{(1)}(r)w_i^{(1)}L_i+W^{(2)}(r)w_i^{(2)}L_i, \qquad (17)$$

avec

$$L_i=\varepsilon_{ijk}x_j p_k. \qquad (18)$$

Si nous supposons maintenant que les coefficients des matrices de (7) sont du second ordre en p_i, nous voyons que les termes en $w_i^{(1)}$ et $w_i^{(2)}$ qui sont linéaires par rapport aux opérateurs de spin $\vec{\sigma}^{(1)}$ et $\vec{\sigma}^{(2)}$, sont éliminés par des considérations de réflexions dans le temps [3]; les termes restant donnent un potentiel de la forme :

$$F_{ij}^{(1)}(\mathbf{r})p_i p_j f^{(1)}+F_{ij}^{(2)}(\mathbf{r})p_i p_j f^{(2)} + W_{ijk}^{(3)}(\mathbf{r})p_i p_j w_k^{(3)}+T_{ijkl}(\mathbf{r})p_i p_j t_{kl}. \qquad (19)$$

L'invariance aux réflexions d'espace requiert que les fonctions de $\mathbf{r}$ dans (19) soient d'ordre pair en x_i. Les termes d'interaction qui contiennent p_i au second ordre et restent invariants aux rotations et réflexions d'espace et aux inversions de temps, sont très nombreux. Nous devons donc nous restreindre aux plus simples de ces termes en supposant que les tenseurs $F_{ij}^{(1)}(\mathbf{r})$, $W_{ijk}^{(3)}(\mathbf{r})$, ... dans (19), sont des tenseurs constants multipliés par des fonctions scalaires arbitraires de r. Le seul tenseur constant du second ordre invariant à la rotation est δ_{ij}; le seul tenseur constant du troisième ordre invariant à la rotation est ε_{ijk}; enfin, le seul tenseur constant du quatrième ordre, invariant à la rotation, doit être une combinaison linéaire de $\delta_{ij}\delta_{kl}$, $\delta_{ik}\delta_{jl}$ et $\delta_{il}\delta_{jk}$ [1].

En raison du caractère de symétrie de t_{ij} et du caractère antisymétrique de ε_{ijk}, nous obtenons pour les termes les plus simples d'interaction du second degré en p_i l'expression :

$$F^{(1)}(r)p^2 f^{(1)}+F^{(2)}(r)p^2 f^{(2)}+T(r)p_i p_j t_{ij}. \qquad (20)$$

En plus des termes d'interaction bien connus de la forme (16), (17), nous avons aussi la possibilité d'introduire des forces tensorielles et centrales dépendant de la vitesse de la forme (20). Les termes de (20) sont, en général, non hermitiens car les fonctions de r ne commutent pas avec p, mais peuvent être exprimées sous une forme hermitienne suivant le procédé de Dirac [5].

Nous devons maintenant écrire dans une notation vectorielle l'action des opérateurs (16), (17), (20) sur la fonction d'onde (9). Remarquons d'abord que selon la définition (14) de S_i, l'opérateur $\mathbf{q}.\mathbf{S}$, où $\mathbf{q}$ est un vecteur arbitraire, agissant sur $\mathbf{u}=(u_1,\ u_2,\ u_3)$, donne :

$$[(\mathbf{q}.\mathbf{S})\mathbf{u}]_k=-iq_j\varepsilon_{jkl}u_l=i(\mathbf{q}\times\mathbf{u})_k. \qquad (21)$$

De (11 *f*) et (21) nous déduisons que :

$$(x_i x_j t_{ij})\Psi=\left(\begin{array}{c|c}-3(\mathbf{r}.\mathbf{S})^2+2r^2 & 0\\ \hline 0 & 0\end{array}\right)\begin{bmatrix}\mathbf{u}\\ u_4\end{bmatrix} =\begin{bmatrix}3\mathbf{r}\times(\mathbf{r}\times\mathbf{u})+2r^2\mathbf{u}\\ 0\end{bmatrix}, \qquad (22)$$

$$(p_i p_j t_{ij})\Psi=\left(\begin{array}{c|c}-3(\mathbf{p}.\mathbf{S})^2+2p^2 & 0\\ \hline 0 & 0\end{array}\right)\begin{bmatrix}\mathbf{u}\\ u_4\end{bmatrix} =\begin{bmatrix}3\mathbf{p}\times(\mathbf{p}\times\mathbf{u})+2p^2\mathbf{u}\\ 0\end{bmatrix}. \qquad (23)$$

De (11 *c*, *d*, *e*) et (21) nous désuisons que :

$$(L_i w_i^{(1)})\Psi=2\left(\begin{array}{c|c}\mathbf{L}.\mathbf{S} & 0\\ \hline 0 & 0\end{array}\right)\begin{bmatrix}\mathbf{u}\\ u_4\end{bmatrix}=2i\begin{bmatrix}\mathbf{L}\times\mathbf{u}\\ 0\end{bmatrix}, \qquad (24)$$

$$(L_i w_i^{(2)})\Psi=\begin{bmatrix}\mathbf{L}.\mathbf{u}_4\\ \mathbf{L}.\mathbf{u}\end{bmatrix}, \qquad (25a)$$

$$(q_i w_i^{(3)})\Psi=\begin{bmatrix}-i\mathbf{q}u_4\\ i\mathbf{q}.\mathbf{u}\end{bmatrix}. \qquad (25b)$$

Finalement :

$$f^{(1)}\Psi=\begin{bmatrix}\mathbf{u}\\ 0\end{bmatrix}, \qquad (26a)$$

$$f^{(2)}\Psi=\begin{bmatrix}0\\ u_4\end{bmatrix}. \qquad (26b)$$

Dans (16), (17), (20), l'effet des termes sur la fonction d'onde de (9) peut alors être exprimé au moyen des opérations vectorielles (22) à (26).

Occupons-nous de l'équation d'onde pour l'état triplet quand nous avons d'une part des forces centrales et tensorielles dépendant des positions comme dans (16), et d'autre part, des forces centrales et tensorielles dépendant de la quantité de mouvement comme dans (20). Dans le premier cas, le vecteur $\mathbf{u}$ qui représente l'état triplet vérifie l'équation :

$$-\left(\frac{\hbar^2}{M}\right)\nabla^2\mathbf{u}+V^{(1)}(r)\mathbf{u} + V_T(r)r^{-2}[3\mathbf{r}(\mathbf{r}.\mathbf{u})-r^2\mathbf{u}]=E\mathbf{u}. \qquad (27)$$

Dans le deuxième cas, nous devons supposer qu'en plus des forces tensorielles dépendant des vitesses de l'équation (20), nous ajoutons une force centrale dépendant des positions de manière à exprimer l'interaction, même aux très basses énergies. De plus, nous supposerons que $V^{(1)}(r)$, $F^{(1)}(r)$ et $T(r)$ sont tous des puits de potentiel carrés de même amplitude $r=a$, c'est-à-dire, tels que :

$$V^{(1)}(r)=V_c \quad \text{si } r\leq a; \quad V^{(1)}(r)=0 \quad \text{si } r>a; \qquad (28a)$$

$$F^{(1)}(r)=M_c^{-1} \quad \text{si } r\leq a; \quad F^{(1)}(r)=0 \quad \text{si } r>a; \qquad (28b)$$

$$T(r)=M_T^{-1} \quad \text{si } r\leq a; \quad T(r)=0 \quad \text{si } r>a. \qquad (28c)$$

[1] Il est évident que ces tenseurs δ_{ij}, ε_{ijk},... sont invariants à la rotation. La théorie des groupes établit aisément qu'il n'y en a pas d'autres [4].

Nous désignons les valeurs constantes de $F^{(1)}(r)$, $T(r)$ par M_c^{-1}, M_T^{-1} parce qu'elles ont les dimensions d'inverses de masse. Les équations du mouvement prennent alors la forme :

$$-\left(\frac{\hbar^2}{M}\right)\nabla^2\mathbf{u} + V_c\mathbf{u} - \left(\frac{\hbar^2}{M_c}\right)\nabla^2\mathbf{u}$$
$$-\left(\frac{\hbar^2}{M_T}\right)[3\nabla\times(\nabla\times\mathbf{u}) + 2\nabla^2\mathbf{u}] = E\mathbf{u} \quad \text{si } r \leq a \qquad (29\,a)$$

et

$$-\left(\frac{\hbar^2}{M}\right)\nabla^2\mathbf{u} = E\mathbf{u} \quad \text{si } r > a. \qquad (29\,b)$$

Pour $r \leq a$, l'équation (29 a) est hermitienne du fait que les coefficients dépendants de r sont des constantes.

L'équation (29 a) peut être réécrite sous la forme :

$$\lambda^2\nabla(\nabla.\mathbf{u}) - \mu^2\nabla\times(\nabla\times\mathbf{u}) + \nu^2\mathbf{u} = 0, \qquad (29\,c)$$

où

$$\left.\begin{aligned} \lambda^2 &= M^{-1} + M_c^{-1} + 2M_T^{-1},\\ \mu^2 &= M^{-1} + M_c^{-1} - M_T^{-1},\\ \nu^2 &= \hbar^{-2}(E - V_c). \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

L'équation (29 c) est identique aux équations de l'élasticité.

Dans le prochain paragraphe, nous indiquerons le procédé général de résolutions des équations de la forme (27) et (29) à l'aide des harmoniques sphériques vectorielles.

4. Solutions des équations d'ondes, exprimées à l'aide des harmoniques sphériques vectorielles. — L'hamiltonien des états triplets des chapitres précédents, contient des termes de la forme $(\mathbf{r}.\mathbf{S})^2$ pour les forces tensorielles ordinaires, d'autres de la forme $(\mathbf{p}.\mathbf{S})^2$ pour les forces tensorielles dépendant de la vitesse, termes qui ne commutent pas avec le moment angulaire orbital L_i. La forme vectorielle des équations d'ondes (27) et (29) suggère toutefois que les opérateurs $L_i + S_i$ commutent avec l'hamiltonien puisque S_i est la matrice de la rotation infinitésimale subie par un vecteur ordinaire tournant autour du $i^{\text{ième}}$ axe.

Prenant le commutateur de

$$\mathbf{r}.\mathbf{S} = x_j S_j \quad \text{et} \quad L_i + S_i,$$

on obtient à l'aide de règles de commutations bien connues [4] :

$$(x_jS_j)(L_i + S_i) - (L_i + S_i)(x_jS_j) = i\varepsilon_{jik}x_kS_j + i\varepsilon_{jik}x_jS_k = 0. \qquad (31)$$

Du fait de la symétrie de $\mathbf{r}$ et $\mathbf{p}$ dans $\mathbf{L}$, nous voyons que $(\mathbf{p}.\mathbf{S})$ commute aussi avec $L_i + S_i$; en outre, $L_i + S_i$ commute avec p^2 et avec r^2, car L_i commute avec ces opérateurs et S_i commute avec la matrice unité par laquelle ils sont multipliés. Par conséquent, nous voyons que $L_i + S_i$ sont des intégrales premières du mouvement pour l'état triplet dans le cas de forces tensorielles ordinaires ou dépendants de la vitesse.

$L_i + S_i$ a les propriétés de commutation d'un moment angulaire ordinaire et nous choisirons :

$$(\mathbf{L} + \mathbf{S})^2 \quad \text{et} \quad (L_3 + S_3), \qquad (32)$$

comme intégrales premières du mouvement associées avec l'hamiltonien dans (27) et (29). Les fonctions propres des opérateurs (32) sont les harmoniques sphériques vectorielles que nous construirons à l'aide des harmoniques sphériques ordinaires. Nous remarquerons d'abord qu'à partir des règles de commutation bien connues [4], on a :

$$(L_i + S_i)_{jk}x_k = L_ix_j - i\varepsilon_{ijk}x_k = x_jL_i, \qquad (33\,a)$$
$$(L_i + S_i)_{jk}p_k = p_jL_i, \qquad (33\,b)$$
$$(L_i + S_i)_{jk}L_k = L_jL_i. \qquad (33\,c)$$

Si nous désignons par $\Phi_{JM}(\theta, \varphi)$ les harmoniques sphériques scalaires normalisées qui vérifient :

$$L^2\Phi_{JM} = J(J+1)\Phi_{JM}, \qquad L_3\Phi_{JM} = M\Phi_{JM}, \qquad (34)$$

alors de (33), on déduit que les trois vecteurs $\mathbf{r}\Phi_{JM}$ $\mathbf{p}\Phi_{JM}$, $\mathbf{L}\Phi_{JM}$ sont fonctions propres de (32) avec les mêmes valeurs propres $J(J+1)$ et M respectivement, que pour (34). Finalement, $\mathbf{L}\Phi_{JM}$ est aussi fonction propre de L^2 avec la valeur propre $J(J+1)$, tandis que des combinaisons linéaires de $\mathbf{r}\Phi_{JM}$ et $\mathbf{p}\Phi_{JM}$ peuvent donner les fonctions propres de L^2 qui correspondent aux valeurs du moment angulaire orbital $L = J - 1$ et $L = J + 1$. En notant par $\mathbf{Y}_{JL}^M(\theta, \varphi)$ les harmoniques sphériques vectorielles qui sont fonctions propres de $(\mathbf{L} + \mathbf{S})^2$, $L_3 + S_3$ et L^2, nous pouvons les exprimer sous la forme [6] :

$$\mathbf{Y}_{JJ+1}^M(\theta, \varphi) = [(J+1)(2J+1)]^{-\frac{1}{2}} \times\left\{r\nabla\Phi_{JM} - (J+1)\frac{\mathbf{r}}{r}\Phi_{JM}\right\}, \qquad (35\,a)$$

$$\mathbf{Y}_{JJ}^M(\theta, \varphi) = [J(J+1)]^{-\frac{1}{2}}\{\mathbf{r}\times\nabla\Phi_{JM}\}, \qquad (35\,b)$$

$$\mathbf{Y}_{JJ-1}^M(\theta, \varphi) = [J(2J+1)]^{-\frac{1}{2}}\left\{r\nabla\Phi_{JM} + J\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)\Phi_{JM}\right\}. \qquad (35\,c)$$

Les hamiltoniens (27) et (29) sont invariants aux réflexions d'espace, de telle sorte que la parité des fonctions d'ondes est un bon nombre quantique. Comme $\mathbf{r}$ et ∇ changent tous deux de signes dans une telle réflexion, nous voyons que $\mathbf{Y}_{JJ}^M$ a la parité $(-1)^J$, tandis que $\mathbf{Y}_{JJ+1}^M$ et $\mathbf{Y}_{JJ-1}^M$ ont la parité $(-1)^{J-1}$.

Les solutions de (27) et (29) qui sont les fonctions propres de $(\mathbf{L} + \mathbf{S})^2$ et $L_3 + S_3$ avec les valeurs propres $J(J+1)$ et M, peuvent alors être écrites sous la forme :

$$g_{0JM}(r)\mathbf{Y}_{JJ}^M(\theta, \varphi); \qquad (36\,a)$$

si la parité est $(-1)^J$, ou sous la forme :

$$g_{1JM}(r)\mathbf{Y}^M_{JJ+1}(\theta, \varphi) + g_{-1JM}(r)\mathbf{Y}^M_{JJ-1}(\theta, \varphi), \quad (36\,b)$$

si la parité est $(-1)^{J-1}$.

Les coefficients $g_{0JM}(r)$ et $g_{\pm 1JM}(r)$ des harmoniques sphériques vectorielles (36), vérifient les équations différentielles ordinaires en r que l'on obtient directement par substitution de (36 a) et (36 b) dans les équations d'ondes. Utilisant le fait que :

$$\nabla^2[g(r)\mathbf{Y}^M_{JL}(\theta, \varphi)] = \left\{\left[\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}r^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} - \frac{L(L+1)}{r^2}\right]g(r)\right\}\mathbf{Y}^M_{JL}(\theta, \varphi), \quad (37)$$

nous obtenons à partir de l'équation d'ondes (27) pour les forces tensorielles ordinaires :

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{M}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}r^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} - \frac{J(J+1)}{r^2}\right] + [V^{(1)}(r) - V_T(r)]\right\}g_{0JM} = E\,g_{0JM}; \quad (38\,a)$$

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{M}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}r^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} - \frac{1}{r^2}\begin{pmatrix}(J-1)J & 0\\ 0 & (J+1)(J+2)\end{pmatrix}\right] + V^{(1)}(r) + \frac{V_T(r)}{2J+1}\begin{pmatrix}(J-1) & -3[J(J+1)]^{\frac{1}{2}}\\ -3[J(J+1)]^{\frac{1}{2}} & (J+2)\end{pmatrix}\right\} \times \begin{bmatrix}g_{-1JM}\\ g_{1JM}\end{bmatrix} = E\begin{bmatrix}g_{-1JM}\\ g_{1JM}\end{bmatrix}. \quad (38\,b)$$

L'équation (38 b) dans le cas où $J = 1$ donne les équations de Rarita-Schwinger [7] pour le deutéron, lesquelles sont insolubles à l'aide de fonctions connues.

Dans le cas (29) de forces tensorielles dépendants de la vitesse, toutes les expressions g_{0JM}, $g_{\pm 1JM}$ peuvent s'exprimer à l'aide de fonctions de Bessel. D'après (38 b), nous voyons que :

$$g_{0JM}(r)\mathbf{Y}^M_{JJ}(\theta,\varphi) \equiv -[J(J+1)]^{-\frac{1}{2}}\nabla \times [\mathbf{r}\,g_{0JM}(\mathbf{r})\Phi_{JM}(\theta, \varphi)], \quad (39)$$

de telle sorte que sa divergence est nulle. Comme nous pouvons écrire les équations (29) sous la forme :

$$(\lambda^2 - \mu^2)\nabla(\nabla.\mathbf{u}) + \mu^2\nabla^2\mathbf{u} + \nu^2\mathbf{u} = 0, \quad (40)$$

nous déduisons de (39) et (37) que $g_{0JM}(r)$ vérifie une équation de Bessel de telle sorte que :

$$g_{0JM}(r) = \text{const.}\,\mathfrak{J}_J\left(\frac{\nu r}{\mu}\right), \quad (41)$$

où $\mathfrak{J}_J$ est une fonction sphérique de Bessel d'ordre J.

Pour $g_{\pm 1JM}(r)$, nous devons tâcher de trouver les équations correspondant à (38 b) pour les forces tensorielles dépendant de la vitesse, mais nous donnerons plutôt directement les solutions de ces équations à l'aide des potentiels vectoriels et scalaires de la théorie de l'élasticité.

Si le vecteur $\mathbf{u}$ est mis sous la forme :

$$\mathbf{u} = \nabla\Theta + \nabla\times\mathbf{A}, \quad \text{où} \quad \nabla.\mathbf{A} = 0, \quad (42)$$

alors la substitution dans (29 c) donne pour Θ et $\mathbf{A}$ les équations :

$$\nabla^2\Theta + \left(\frac{\nu}{\lambda}\right)^2\Theta = 0, \quad \nabla^2\mathbf{A} + \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^2\mathbf{A} = 0, \quad (43)$$

et les solutions de ces équations correspondant au moment angulaire total $J(J+1)$ et à la parité $(-1)^J$, peuvent être mises sous la forme :

$$\Theta = b\,\mathfrak{J}_J\left(\frac{\nu r}{\lambda}\right)\Phi_{JM}(\theta, \varphi), \quad \mathbf{A} = c\,\mathfrak{J}_J\left(\frac{\nu r}{\mu}\right)\mathbf{Y}^M_{JJ}(\theta, \varphi), \quad (44)$$

où b, c sont des constantes arbitraires.

En utilisant (42) et (44), nous pouvons obtenir $\mathbf{u}$ à l'aide de $\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)\Phi_{JM}$, $r\nabla\;\Phi_{JM}$ multiplié par des fonctions de r seulement. Comme les fonctions angulaires peuvent, à leur tour, être exprimées en termes de $\mathbf{Y}^M_{J\pm 1}(\theta, \varphi)$ avec l'aide de (35 a, c), nous voyons, en employant certaines identités des fonctions de Bessel [8], que nous pouvons exprimer $\mathbf{u}$ sous la forme (36 b), où :

$$g_{1JM}(r) = b\left(\frac{\nu}{\lambda}\right)\left(\frac{J+1}{2J+1}\right)^{\frac{1}{2}}\mathfrak{J}_{J+1}\left(\frac{\nu r}{\lambda}\right) + c\left(\frac{\nu}{\mu}\right)\left(\frac{J}{2J+1}\right)^{\frac{1}{2}}\mathfrak{J}_{J+1}\left(\frac{\nu r}{\mu}\right), \quad (45\,a)$$

$$g_{-1JM}(r) = b\left(\frac{\nu}{\lambda}\right)\left(\frac{J}{2J+1}\right)^{\frac{1}{2}}\mathfrak{J}_{J-1}\left(\frac{\nu r}{\lambda}\right) - c\left(\frac{\nu}{\mu}\right)\left(\frac{J+1}{2J+1}\right)^{\frac{1}{2}}\mathfrak{J}_{J-1}\left(\frac{\nu r}{\mu}\right). \quad (45\,b)$$

Les solutions de la forme (36 a) avec les coefficients donnés par (41), ou de la forme (36 b) avec les coefficients donnés par (45), sont solutions de l'équation d'onde dans la région des forces tensorielles, c'est-à-dire pour $r \leq a$. Comme cette région comprend l'origine, nous ne devons exprimer nos solutions qu'au moyen des fonctions de Bessel régulières $\mathfrak{J}_J$.

Pour $r > a$, nous avons l'équation d'onde (29 b) de la particule libre dont les solutions données par (36) peuvent s'écrire :

$$Z_J(kr)\mathbf{Y}^M_{JJ}(\theta, \varphi) \quad \text{si la parité est } (-1)^J, \quad (46\,a)$$

ou

$$Z_{J+1}(kr)\mathbf{Y}^M_{JJ+1}(\theta, \varphi) + Z_{J-1}(kr)\mathbf{Y}^M_{JJ-1}(\theta, \varphi), \quad (46\,b)$$

si la parité est $(-1)^{J-1}$, Z_J, étant une combinaison linéaire arbitraire de fonctions de Bessel régulières et irrégulières. Le nombre d'onde k dans (46) est donné par :

$$k = \frac{ME}{\hbar^2}. \quad (46\,c)$$

Nous avons trouvé la solution de l'équation d'onde (29) à la fois pour $r \leq a$ et pour $r > a$. Dans le prochain paragraphe, nous déduirons l'expression du courant, quand l'hamiltonien contient des forces tensorielles dépendant de la vitesse, et de ce vecteur courant, nous obtiendrons les conditions de frontière pour $r = a$, définissant ainsi complètement notre problème mathématique.

5. **Le vecteur courant pour un hamiltonien comprenant des forces tensorielles dépendant de la vitesse.** — Considérons un hamiltonien dépendant de la vitesse dont le potentiel d'interaction a la forme (20). En se limitant à cette partie de l'hamiltonien qui agit seulement sur l'état triplet, nous déduisons de (20) et (23) qu'il prend la forme :

$$H = M^{-1}p^2 + F^{(1)}(r)p^2 + T(r)[-3(\mathbf{p}.\mathbf{S})^2 + 2p^2]. \quad (47\,a)$$

Les définitions (13), (14) des matrices $\mathbf{S}$, nous montrent que la composante ij de $(\mathbf{p}.\mathbf{S})^2$ devient :

$$(\mathbf{p}.\mathbf{S})^2_{ij} = p^2\,\delta_{ij} - p_i p_j \qquad (i, j = 1, 2, 3). \quad (47\,b)$$

L'hamiltonien (47 a) prend maintenant la forme :

$$H_{ij} = \omega(r)p^2\,\delta_{ij} + 3\,T(r)p_i p_j, \quad (47\,c)$$

où

$$\omega(r) = M^{-1} + F^{(1)}(r) - T(r). \quad (47\,d)$$

Nous avons déjà remarqué au paragraphe 3 que cet hamiltonien n'est pas hermitien, car les fonctions de r ne commutent pas avec p_i. Pour rendre hermitien cet hamiltonien [5], considérons par exemple, le commutateur :

$$T(r)p_ip_j - p_ip_j\,T(r) = i\hbar\,T'(r)x_ir^{-1}p_j + i\hbar p_i\,T'(r)x_jr^{-1}, \quad (48\,a)$$

où $T'(r)$ est la dérivée de $T(r)$ par rapport à r. On déduit facilement de (48 a) que

$$T(r)p_ip_j - i\hbar\,T'(r)x_ir^{-1}p_j \equiv p_i\,T(r)p_j, \quad (48\,b)$$

est un opérateur hermitien et nous pouvons substituer $T(r)\,p_i\,p_j$ par (48 b) pour rendre hermitien cette partie de l'hamiltonien. De manière analogue nous pouvons substituer $\omega(r)\,p^2$ par :

$$\omega(r)p_kp_k - i\hbar\,\omega'(r)x_kr^{-1}p_k \equiv p_k\,\omega(r)p_k, \quad (49)$$

et l'hamiltonien hermitien prend la forme :

$$H_{ij} = p_k\,\omega(r)p_k\,\delta_{ij} + 3p_i\,T(r)p_j, \quad (50)$$

où les indices répétés comme k sont sommés de 1 à 3.

L'équation d'onde dépendant du temps associée à l'hamiltonien (50) prend maintenant la forme :

$$i\hbar\frac{\partial u_i}{\partial t} = H_{ij}u_j = -\hbar^2\left[\frac{\partial}{\partial x^k}\,\omega\,\frac{\partial u_i}{\partial x^k}\right] - 3\,\hbar^2\left[\frac{\partial}{\partial x^i}\,T\,\frac{\partial u_j}{\partial x^j}\right], \quad (51)$$

où (u_1, u_2, u_3) sont les composantes de $\mathbf{u}$ du paragraphe précédent. A l'aide de (51) et de l'équation conjuguée, nous obtenons l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u_k^* u_k}{\partial t} + \frac{\partial I_k}{\partial x^k} = 0, \quad (52\,a)$$

où

$$I_k = (-i\hbar)\left\{u_i^*\left[\omega(r)\frac{\partial u_i}{\partial x^k} + 3\,T(r)\,\delta_{ki}\frac{\partial u_j}{\partial x^j}\right] - u_i\left[\omega(r)\frac{\partial u_i^*}{\partial x^k} + 3\,T(r)\,\delta_{ki}\frac{\partial u_j^*}{\partial x^j}\right]\right\}. \quad (52\,b)$$

La densité de probabilité $u_k^* u_k$, et le flux à travers une surface quelconque, c'est-à-dire la projection de I_k le long de la normale à la surface, doivent être continus partout, même aux points où $\omega(r)$, $T(r)$ peuvent être discontinus. Si nous supposons que $\omega(r)$ et $T(r)$ sont discontinus sur une sphère de rayon $r = a$, nous voyons que la continuité de la densité de probabilité et du flux pour $r = a$ implique que :

$$u_i; \quad (53\,a)$$

$$\frac{x_k}{r}\left[\omega(r)\frac{\partial u_i}{\partial x^k} + 3\,T(r)\,\delta_{ki}\frac{\partial u_j}{\partial x^j}\right] = \left[\omega(r)\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial r} + 3\,T(r)\frac{\mathbf{r}}{r}\nabla.\mathbf{u}\right]_i, \quad (53\,b)$$

sont continus pour $r = a$. Ainsi nous avons établi les conditions de frontière sur la fonction d'onde vectorielle $\mathbf{u}$, quand nous avons des forces centrales et tensorielles dépendant de la vitesse.

Dans le cas particulier (28), quand $r \leq a$, $\omega(r)$ et $T(r)$ sont des constantes données par :

$$\omega = \mu^2, \qquad T = M_T^{-1}, \quad (54\,a)$$

tandis que pour $r > a$, ω et T sont donnés par :

$$\omega = M^{-1} \qquad \text{et} \qquad T = 0, \quad (54\,b)$$

et nous voyons que les conditions en $r = a$ prennent la forme :

$$(\mathbf{u})_{r=a-0} = (\mathbf{u})_{r=a+0}, \quad (55\,a)$$

$$\left[\mu^2\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial r} + 3\,M_T^{-1}\frac{\mathbf{r}}{r}\nabla.\mathbf{u}\right]_{r=a-0} = M^{-1}\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial r}\right)_{r=a+0}. \quad (55\,b)$$

Notre problème mathématique pour les forces tensorielles dépendant de la vitesse est maintenant complet puisque nous avons les équations d'ondes (29 a, b) et les conditions de frontière (55 a, b).

Comme les solutions des équations d'onde (29) peuvent être mises sous la forme (36 a, b) tant pour $r \leq a$ que pour $r > a$, il convient d'exprimer les conditions de frontière (56), comme des conditions sur les fonctions radiales $g_{0JM}(r)$ et $g_{\pm 1JM}(r)$. De (39) nous tirons que la divergence du vecteur (36 a) est nulle, et que les conditions de frontières pour $g_{0JM}(r)$ prennent la forme :

$$[g_{0JM}(r)]_{r=a-0} = [g_{0JM}(r)]_{r=a+0}, \quad (56\,a)$$

$$\mu^2[g'_{0JM}(r)]_{r=a-0} = M^{-1}[g'_{0JM}(r)]_{r=a+0}, \quad (56\,b)$$

où g'_{0JM} est la dérivée de g_{0JM} par rapport à r. Pour appliquer les conditions de frontière (55) à une fonction d'onde vectorielle de la forme (36 *b*), nous remarquerons d'abord que nous pouvons écrire $\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)\cdot\nabla\cdot(g_{\pm 1JM}\ \mathbf{Y}^{N}_{JJ\pm 1})$ en termes d'une fonction de r multipliée par $\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)\Phi_{JM}$. A son tour, $\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right)\Phi_{JM}$ peut s'exprimer en termes de $\mathbf{Y}^{M}_{JJ\pm 1}$, et à partir de (55), nous obtenons les relations suivantes pour $g_{\pm 1JM}(r)$ avec $r = a$:

$$[g_{1JM}(r)]_{r=a-0} = [g_{1JM}(r)]_{r=a+0}, \qquad (57\,a)$$

$$[g_{-1JM}(r)]_{r=a-0} = [g_{-1JM}(r)]_{r=a+0}, \qquad (57\,b)$$

$$\Big\{\mu^2 g'_{1JM} + 3M_T^{-1}\left[\frac{J+1}{2J+1}\right] \times [g'_{1JM} + (J+2)r^{-1}g_{1JM}] - 3M_T^{-1}[J(J+1)]^{\frac{1}{2}}(2J+1)^{-1} \times [g'_{-1JM} - (J-1)r^{-1}g_{-1JM}]\Big\}_{r=a-0} = M^{-1}[g'_{1JM}]_{r=a+0}, \qquad (58\,a)$$

$$\Big\{\mu^2 g'_{-1JM} - 3M_T^{-1}[J(J+1)]^{\frac{1}{2}}(2J+1)^{-1} \times [g'_{1JM} + (J+2)r^{-1}g_{1JM}] + 3M_T^{-1}\left[\frac{J}{2J+1}\right] \times [g'_{-1JM} - (J-1)r^{-1}g_{-1JM}]\Big\}_{r=a-0} = M^{-1}[g'_{-1JM}(r)]_{r=a+0}. \qquad (58\,b)$$

Les fonctions $g_{\pm 1JM}(r)$ ont été données explicitement dans le cas de forces tensorielles dépendant de la vitesse, par (45) quand $r \leq a$, et par (46 *b*) quand $r > a$. Avec les conditions de frontière (57), (58), nous pouvons déterminer les constantes arbitraires qui apparaissent dans (45) et (46*b*).

Le cadre est ainsi prêt pour l'application du présent formalisme concernant les forces dépendant de la vitesse, aux problèmes intéressant l'interaction entre deux nucléons : moment quadrupolaire du deutéron, correction au moment magnétique du deutéron, diffusion neutron-proton, etc. L'analyse détaillée de ces problèmes fera l'objet de publications ultérieures.

Ce travail a été exposé au Séminaire de M. A. Proca, que je tiens à remercier pour l'intérêt qu'il a voulu y porter. Je voudrais remercier également M. W. Laskar pour son aide dans la préparation de ce travail. Enfin, je voudrais exprimer ma gratitude aux Institutos de Física, de Geofisíca y Nacional de la Investigación Cientìfica du Mexique, de même qu'au C.N.R.S., qui ont permis mon séjour en France.

Manuscrit reçu le 25 mai 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Blatt J. M. et Weisskopf V. F. — Theoretical Nuclear Physics, 1952, 94-113, 151 (John Wiley and Sons, New-York).

[2] Levy M. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 725.
Klein A. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 740.
Jean M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 565.

[3] Eisenbud L. et Wigner E. P. — *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 1941, **27**, 281.

[4] Weyl H. — Gruppentheorie und Quantenmechanik. *Zweite Auflage*, 1931, p. 184 (S. Hirzel, Leipzig).

[5] Dirac P. A. M. — The principles of quantum mechanics, 3e éd., 1947, p. 153 (Clarendon Press, Oxford).

[6] Blatt J. M. et Weisskopf V. F. — *Loc. cit.*, p. 796-799.

[7] Rarita W. et Schwinger J. S. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 436, 556.

[8] Stratton J. A. — Electromagnetic theory, 1941, p. 406. (Mc Graw-Hill, New-York).

SUR L'ASYMÉTRIE DE LA FISSION ET LA CONCEPTION « SPATIALE » DES COUCHES NUCLÉAIRES

Par Daniel CURIE,

Laboratoire de Chimie Nucléaire du Collège de France.

Sommaire. — La différence des masses (asymétrie) des fragments de fission ne semble pas s'expliquer dans le modèle de la goutte : cela provient essentiellement du calcul des masses par la formule de Weiszäcker, qui entraîne une erreur sur l'énergie disponible dans la fission.

L'image de la fission proposée ici repose sur la conception « spatiale » des couches nucléaires. L'étude expérimentale des rayons nucléaires suggère l'existence réelle des couches du point de vue géométrique : un noyau lourd serait constitué de plusieurs « cœurs » magiques emboîtés les uns dans les autres.

La fission consisterait alors en la rupture et le regroupement de la couronne extérieure recouvrant le cœur à 50 protons et 82 neutrons, cette couronne fournissant le fragment léger et le cœur le fragment lourd.

Dans l'appendice, on examine théoriquement, sur la base simplificatrice du potentiel nucléaire en oscillateur, dans quelle mesure la conception des couches en couronnes concentriques peut se justifier.

1. **Introduction.** — On désigne par « asymétrie » de la fission le fait que les deux fragments de fission possèdent des masses différentes : ainsi la fission de ^{225}U par neutrons lents en deux fragments de masses respectives voisines de 95 et 140 est 600 fois plus probable que la fission symétrique.

On sait que l'asymétrie ne semble pas s'expliquer dans le modèle de la goutte liquide de Bohr, Wheeler et Frenkel [1]. Cela résulte des calculs numériques très élaborés de Frankel et Metropolis [2]; il faut cependant noter que ces auteurs n'ont considéré que des déformations du noyau représentables par un nombre restreint (dix) de polynomes de Legendre (les polynomes d'ordre impair étant ceux susceptibles de conduire à l'asymétrie), ce qui n'est pas nécessairement le cas de la déformation réelle conduisant à la fission. Jungerman [3], adoptant un modèle géométrique pour décrire le « saddle point », et calculant l'énergie du noyau dans cette configuration, est arrivé à la même conclusion : *la barrière d'énergie contre la fission asymétrique est toujours plus grande* (*dans le modèle de la goutte liquide homogène*) *que celle contre la fission symétrique.*

Considérons la fission comme passage d'un des fragments par-dessus une barrière coulombienne. La hauteur de cette barrière est proportionnelle au produit des Z des fragments de fission, et donc maximum pour la fission symétrique. Cet effet devrait entraîner l'asymétrie. Mais si l'on calcule l'énergie disponible (différence des masses) par la formule de Weiszäcker, on trouve qu'elle est aussi maximum pour la fission symétrique, qui reste la plus probable, contrairement à l'expérience.

L'étude expérimentale [4] du rapport des rendements :

$$R = \frac{\text{Fission symétrique } (^{111}\text{Ag})}{\text{Fission asymétrique } (^{140}\text{Ba})}$$

avec l'énergie d'excitation de ^{236}U, conduit dans l'hypothèse d'une énergie d'activation à la différence d'énergie ΔE entre les deux modes de fission; on a en effet :

$$R :: \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right),$$

T étant la température du noyau se fissionnant.

Les auteurs trouvent que le mode de fission asymétrique demande $\Delta E = 3$ à 5 MeV de *moins* que la fission symétrique.

Le calcul des défauts de masse par les paraboles expérimentales, et non plus par la formule de Weiszäcker, donne effectivement un ΔE dans le bon sens de 4,5 MeV [5], dont deux provenant de l'énergie disponible (différence des masses) et 2,5 de l'effet de barrière coulombienne. Fong calcule, de plus, la densité ρ des états quantiques pour l'état final (les deux fragments séparés) et trouve que ρ calculé pour un mode de fission est proportionnel au rendement observé de ce mode.

Ce facteur ρ se trouvera, en quantifiant la théorie, quel que soit le mécanisme de fission admis.

Ainsi le modèle usuel de la goutte liquide est incorrect parce que conduisant, par la formule de Weiszäcker, au mauvais signe de ΔE. Toutefois, à cause de son grand succès dans la prévision de la zone de stabilité des noyaux :

$$\frac{\text{Énergie coulombienne}}{\text{Énergie superficielle}} < 2,$$

$$\frac{Z^2}{A} < 47.8,$$

on cherche à le corriger sans l'abandonner.

Explications diverses proposées pour l'asymétrie. — Frenkel [6] a considéré le passage à travers la bar-

rière coulombienne, asymétrique (effet de masse réduite) et l'emportant aux basses énergies sur le passage par-dessus cette barrière. Cette explication a été discutée par Kramish [7], qui a étudié le rapport d'embranchement $\frac{\text{fission}}{\alpha}$ et Wheeler [8], qui estime la probabilité de passage à travers la barrière trop faible pour conduire à des fissions observables.

Frisch [9] cite une explication proposée par Wheeler : le noyau, très allongé, s'étranglerait en deux endroits; la rupture en l'un de ces étranglements conduirait à deux fragments de masses inégales. C'est un exemple de déformation de la goutte non représentable par un développement en petit nombre de polynomes de Legendre, et ne rentrant donc pas dans les calculs de Frankel et Metropolis. Frisch pense qu'il y aurait alors le plus de neutrons émis par le fragment lourd (apparemment hautement excité vu son état de déformation), ce qui est contraire à l'expérience. Peut-être y aurait-il aussi trop de tripartitions en fragments de masses voisines.

Wheeler a modifié son explication en faisant intervenir la charge électrique du fluide nucléaire [8] L'effet de la charge est d'amplifier les asymétries éventuelles des oscillations de la goutte : si, au cours des vibrations du noyau excité, un étranglement se produit près d'une des extrémités, la partie ainsi séparée tend à se détacher complètement par suite des forces de répulsion électrostatiques.

Demers [10] considère aussi une amplification des dissymétries de vibration, cette fois par effet d'échange de matière entre les deux noyaux encore reliés, de même qu'il y a échange de matière entre deux bulles de savon en communication, la plus petite se vidant dans la plus grosse.

Swiatecki [11] introduit la compressibilité du fluide nucléaire, qui modifie l'énergie des configurations dissymétriques.

L'inhomogénéité de la goutte — la densité électrostatique étant plus forte en surface par suite de la répulsion entre protons (Feenberg, Wigner) — a été invoquée par Jungerman [3] et Yasaki et Miyatake [12]. Avec ces derniers on rejoint les modèles en couche.

Tous ces effets interviennent certainement; mais une objection générale à l'attribution de l'asymétrie à ces seuls effets réside dans leur extrême sensibilité à la valeur de paramètres mal connus, une variation assez faible de ces paramètres suffisant pour faire passer d'une asymétrie négligeable à une asymétrie énorme.

Les tentatives d'explication fondées sur le modèle en couche, telles celle de Lise Meitner et celle que je présente ici, sont tout aussi difficiles à soumettre au calcul, mais ont du moins le mérite de conduire simplement aux rapports de masse observés.

Maria Mayer [13] et Lise Meitner [14] ont constaté que les nucléons se rassemblent en un fragment à 82 + quelques neutrons et un fragment à 50 + quelques neutrons, rapprochant ce fait de la stabilité particulière des noyaux à « nombres magiques » de neutrons 50 et 82. Cela interviendrait pour un nuclide à au moins 132 neutrons. Pour la fission du bismuth (126 neutrons), il ne serait possible que de former deux fragments à nombre de neutrons compris entre 50 et 82, ce qui explique la fission symétrique alors observée.

Il peut sembler cependant [9], [15] que la tendance à compléter à un nombre magique déterminé ne puisse expliquer que le rendement préférentiel d'un noyau par rapport à ceux immédiatement voisins, et non l'allure générale de la courbe des rendements; d'ailleurs on ne semble pas avoir pu encore déterminer si la structure fine de la courbe des rendements [16] est due à un mode de fission préférentiel, ou à des phénomènes suivant la fission (évaporation de neutrons par les fragments déjà séparés). On voit mal comment les couches interviendraient lors du réarrangement considérable des nucléons constitué par la fission dans son image habituelle; la structure en couches ne peut réapparaître qu'une fois les fragments presque constitués et les nucléons réarrangés.

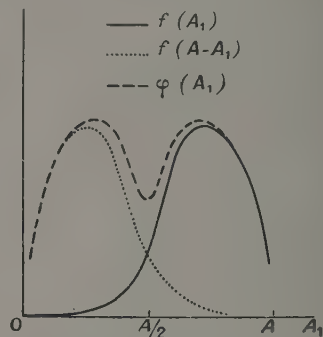


Fig. 1. — La courbe asymétrique $f(A_1)$ suffit pour caractériser la probabilité des divers modes de fission; mais la courbe des rendements observés $\varphi(A_1)$ est symétrique.

Dans l'image de la fission proposée ci-dessous, les deux fragments jouent des rôles très différents : l'asymétrie apparaît obligatoirement alors que la difficulté de la faire apparaître dans le modèle de la goutte tient à ce que les deux fragments jouent des rôles identiques, rien ne les distinguant durant le processus de fission. Le fragment lourd n'y subit que des changements peu importants et conserve sa structure en couches : l'objection précédente n'intervient plus.

Remarque. — L'expression *asymétrie* (pour désigner la différence des masses des fragments) paraît assez mal choisie, la courbe des rendements étant cependant symétrique autour de son minimum.

Notons que la symétrie de cette courbe n'implique

pas la symétrie des rôles joués par les deux fragments de fission, et résulte seulement de la constance de la somme de leurs masses.

Caractérisons le mode de fission par la masse A_1 d'un des fragments, et traduisons le rendement de ce mode par une courbe $f(A_1)$ aussi dissymétrique que l'on voudra (*fig.* 1).

La courbe observée des rendements est sensiblement (en négligeant les neutrons évaporés) :

$$\varphi(A_1) = f(A_1) + f(A - A_1)$$

qui est symétrique par rapport à $A_1 = \frac{A}{2}$; il suffit que f soit développable en série entière pour que φ présente un point stationnaire (et non un point anguleux) pour $\frac{A}{2}$.

2. **Modèle de noyau utilisé.** — *Nous considérons les couches nucléaires, en première approximation, comme constituant réellement des couronnes concentriques, d'une manière analogue aux orbites de Bohr dans les atomes.*

On sait que l'on désigne par « couches » les états énergétiques successifs sur lesquels se répartissent les nucléons, révélés par la stabilité particulière des noyaux à couches complètes. Il est question ici d'attribuer aux nucléons de chaque couche un domaine d'espace déterminé (couronne).

Ce point de vue rencontre des objections bien connues : fortes interactions entre nucléons, forces d'échange, indiscernabilité des nucléons. Il y a constamment passage de nucléons d'une couronne à une autre.

Cependant les difficultés dues à l'indiscernabilité et aux forces d'échange se rencontrent aussi dans les atomes et molécules, où elles peuvent être levées (Pauling, Daudel, Lennard Jones) en introduisant les notions de *configuration la plus probable*, de *loges* [17], qui rendent plus rigoureuse la notion de couche du point de vue spatial.

Nous aborderons l'étude du point de vue théorique dans l'Appendice.

Voici les arguments expérimentaux qui me conduisent à attribuer à la signification « spatiale » des couches nucléaires plus de valeur qu'on ne le fait en général :

On sait que les rayons R des noyaux, dans l'hypothèse d'une densité d constante, sont donnés par

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \qquad (r_0 = \text{const.}).$$

Cette loi n'est pas bien vérifiée. On a proposé :

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} + b \qquad (r_0,\ b = \text{const.}), \qquad (1)$$

où b s'interprète comme épaisseur de la surface nucléaire.

L'étude des sections efficaces par neutrons de longueur d'onde λ

$$\sigma_t = 2\pi(R + \lambda)^2$$

conduit actuellement aux meilleures déterminations des rayons R. Les écarts entre les valeurs trouvées et la loi (1) sont dix fois supérieurs aux erreurs expérimentales [18].

Mais *le graphique* $R\left(A^{\frac{1}{3}}\right)$ *se décompose en diverses droites, une pour chaque couche de protons en cours de remplissage* [19].

De Li à $_8$O

$$R = 2{,}34\,A^{\frac{1}{3}} - 1{,}96;$$

De F à $_{20}$Ca :

$$R = 1{,}26\,A^{\frac{1}{3}} + 0{,}88;$$

De Fe à $_{50}$Sn :

$$R = 0{,}98\,A^{\frac{1}{3}} + 1{,}79;$$

Jusqu'à $_{92}$U :

$$R = 1{,}37\,A^{\frac{1}{3}} - 0{,}25 \quad (^1).$$

La possibilité de valeurs négatives de b est en désaccord avec son interprétation comme épaisseur de la surface nucléaire.

Au contraire, *l'image des couronnes concentriques se remplissant successivement* rend compte des valeurs expérimentales. Cette image suggère :

$$R^3 - r^3 = K(A - a) \qquad (r,\ a,\ K = \text{const.}), \qquad (2)$$

où r est le rayon du noyau saturé formé de a nucléons. On aboutit à (2) en écrivant que le volume de la couronne extérieure à ce noyau est proportionnel au nombre $A—a$ des nucléons qui s'y trouvent. On a

De Li à O :

$$R^3 - (1{,}5)^3 = 4{,}95(A - 4);$$

De O à Ca :

$$R^3 - (3{,}91)^3 = 3{,}52(A - 16);$$

De Ca à I :

$$R^3 - (5{,}23)^3 = 1{,}84(A - 40);$$

De Sn à Pb :

$$R^3 - (6{,}48)^3 = 2{,}46(A - 119);$$

Au delà de Pb :

$$R^3 - (7{,}72)^3 = 3{,}68(A - 207);$$

Les nombres r sont les rayons des noyaux saturés O, Ca, Sn et Pb. Ces valeurs numériques ne sont évi-

(1) Les rayons sont exprimés en unité 10^{-13} cm. Une erreur sur le terme b de cette dernière formule a été rectifiée ici.

demment qu'une première approximation, puisqu'on a fait seulement intervenir les « nombres magiques » de protons; les déterminations de R portent d'ailleurs sur des mélanges d'isotopes.

Les pentes r_0 et K ne varient pas d'une façon arbitraire d'une couche à une autre : *l'augmentation du rayon le long de chaque couche est sensiblement constante et égale à* $1,3.10^{-13}$ *cm, c'est-à-dire au rayon élémentaire nucléaire.* Les nombres :

3,9 (rayon O),
5,2 (rayon Ca),
6,5 (rayon Sn),
7,7 (rayon Pb),

forment sensiblement une progression arithmétique de raison 1,2 ou 1,3 (²).

Cela conduit à se représenter chaque « couche » comme formée d'une seule épaisseur de nucléons recouvrant un « cœur » magique. Lorsque le remplissage d'une couche aboutit à un nouveau cœur magique, une nouvelle couche commencerait à recouvrir ce cœur (³).

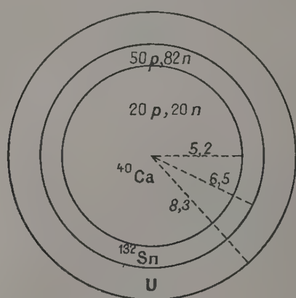


Fig. 2. — Structure en cœurs emboîtés, du noyau d'uranium (cette structure n'ayant lieu qu'une partie du temps).

Un noyau lourd serait donc constitué de plusieurs cœurs magiques emboîtés les uns dans les autres : Ca, Sn, Pb (*fig.* 2).

Cela ne peut être évidemment qu'une grossière approximation, par suite des fortes interactions entre nucléons, même de couches différentes (plus faibles cependant que celles entre nucléons dans le même état quantique). Mais il nous paraît plausible d'admettre une *tendance à la formation de ces cœurs magiques*; s'inspirant du modèle de la « structure en groupes résonnants » de Wheeler, on peut attribuer à ces cœurs une existence pendant une certaine partie du temps.

Il n'a été question ci-dessus que des noyaux à « nombre magique » de protons. Cependant un cœur « doublement magique » aura plus de chances de se former qu'un cœur « simplement magique ». *Nous considérons donc le noyau d'uranium comme constitué par un cœur* ^{132}Sn (50 *protons*, 82 *neutrons*), *ayant probablement en son intérieur le cœur* ^{40}Ca (20 *protons*, 20 *neutrons*), *recouvert d'une membrane mince de nucléons (épaisseur moyenne un nucléon environ).*

La tendance à formation d'un cœur est soumise à certaines conditions :

1° D'une part, le nuclide postulé comme cœur ne doit pas être trop loin de la zone des éléments stables. Il n'y a pas de difficulté à cet égard pour le cœur ^{40}Ca, qui est un noyau stable. Au contraire, le ^{132}Sn est inconnu et probablement instable dans la nature; il reste néanmoins admissible de lui supposer une certaine stabilité dans un noyau, de même que le neutron est stable dans un noyau et instable à l'extérieur. La zone des isotopes connus de l'étain est très étendue, allant de $A = 112$ à $A = 126$; on a même cru identifier les isotopes 130 et 131, avec les périodes respectives 3 jours et 5 h, soit déjà longues devant celle du neutron [21].

Yasaki et Miyatake [12] avaient déjà, en vue de l'application à la fission, fait l'hypothèse d'un cœur au centre du noyau (mais sans introduire comme ci-dessous une image simple du phénomène de fission, associant le cœur à un fragment déterminé; ils étudiaient la déformation d'une goutte liquide possédant un tel cœur). Leurs calculs conduisent à l'asymétrie; mais le cœur qu'ils postulent (27 protons, 50 neutrons) semble peu vraisemblable, car renfermant un trop grand excès de neutrons par rapport au noyau stable $^{59}_{27}$Co, qui possède seulement 32 neutrons pour 27 protons.

2° Le cœur ^{132}Sn ne peut apparaître que dans un noyau suffisamment lourd. Dans un noyau à Z peu supérieur à 50, peut-être y a-t-il tendance à formation d'un cœur à 50 protons, mais sans que 82 neutrons y soient associés.

3° La coupure entre cœur et couronne ne doit pas introduire une discontinuité trop forte de la densité des protons et neutrons. Pratiquement cette condition revient aussi à n'autoriser l'apparition du cœur que dans un noyau suffisamment plus lourd que le cœur postulé.

(²) L'extrapolation de cette « loi » à la couche commençant au Pb est extrêmement imprécise, à cause du trop petit nombre de points expérimentaux dans cette région. Si l'on arrête cette couche au noyau possédant 126 protons et 184 neutrons, pour lequel la formule (1) conduit à $R = 9,0$ et la formule (2) à $R = 9,4$, l'augmentation de R le long de cette couche serait encore du même ordre $1,5 \pm 0,2$.

(³) La distance entre nucléons le long du rayon serait donc $1,3.10^{-13}$ cm. Si l'on considère les nucléons d'une couche comme répartis uniformément sur la sphère de rayon r, on trouve une distance plus grande 3.10^{-13} cm entre nucléons d'une même couche. La loi $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ conduirait à une valeur intermédiaire 2.10^{-13} cm [20], p. 16) pour la distance moyenne entre nucléons dans le noyau.

Selon Feenberg [22], on a dans une goutte liquide $A \sim 200$, sans discontinuité :

$$\frac{\text{Densité des protons en surface}}{\text{Densité des protons au centre}} \sim 1,4,$$

$$\frac{\text{Densité des neutrons en surface}}{\text{Densité des neutrons au centre}} \sim 1,2.$$

Soients :

n_0 le nombre de neutrons dans le cœur;
n_s le nombre de neutrons dans la couronne;
p_0, p_s les quantités analogeus pour les protons.

La condition à remplir est

$$\rho = \frac{n_s}{n_0} : \left(\frac{p_s}{p_0}\right) \sim \frac{1,2}{1,4} \sim 0,85.$$

Le cœur ^{132}Sn est admissible dans ^{236}U parce que

$$\rho = 0,90,$$

ainsi que dans ^{209}Bi où l'on a :

$$\rho = 0,82,$$

mais non dans l'isotope ^{199}Bi qui est celui qui se fissionne (après évaporation de 10 neutrons)

$$\rho = 0,63.$$

Remarque. — Cette condition rend de même douteux le cœur ^{208}Pb dans l'uranium, recouvert d'une couronne à 10 protons et 18 neutrons, d'où $\rho = 1,17$, ainsi que le cœur ^{40}Ca dans un noyau d'étain ($\rho = 1,6$ à 1,7). Mais comme il s'agit là de noyaux doublement magiques *stables*, et auxquels il ne manque que quelques neutrons pour satisfaire à la condition sur ρ, nous croyons néanmoins à la possibilité de formation de ces cœurs conformément à l'image générale des couronnes concentriques. Notons d'ailleurs que seul le cœur Sn est d'intérêt en vue de la fission, le cœur Pb étant recouvert, s'il existe, de trop peu de nucléons pour qu'on puisse parler de membrane continue à forte énergie de liaison entre ses nucléons, et le cœur Ca étant trop interne pour intervenir.

Il semble d'ailleurs qu'une valeur trop grande de ρ serait moins défavorable à la formation d'un cœur qu'une valeur trop faible : la valeur trop faible correspond à une accumulation de protons dans la couronne superficielle, ces protons se repoussent et, si la couronne n'éclate pas, l'effet de cette répulsion serait de renvoyer les protons en excès vers l'intérieur du noyau, d'où destruction du cœur même si celui-ci est normalement un noyau stable.

3. Image proposée pour le phénomène de fission. — A. Admettons, d'après ce qui précède, qu'il y ait tendance, dans le noyau, à la formation d'un cœur doublement magique, même imparfaitement stable, recouvert d'une couronne mince (membrane) de nucléons peu liée au cœur.

Je propose d'envisager la fission comme l'arrachement de cette membrane, qui, une fois déchirée en un point, est supposée *se rassembler en un fragment léger, l'énergie d'interaction de ses nucléons étant supérieure à leur énergie d'interaction avec les nucléons du cœur.* La membrane abandonnera toutefois en général quelques nucléons sur le cœur, celui-ci fournissant le *fragment lourd.*

Il n'est pas nécessaire, pour ce mécanisme, de postuler l'existence constante d'un cœur à surface bien définie; il suffit d'admettre, entre cœur et couronne, une zone de moindre résistance pour que le noyau mis en vibration se coupe, du moins aux faibles énergies d'excitation, suivant cette zone. La déchirure pourrait même avoir lieu spontanément si

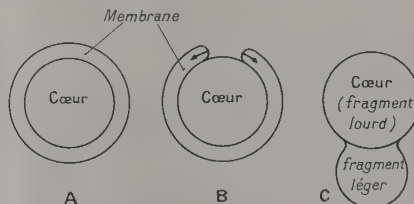


Fig. 3. — Image proposée pour la fission.
A, noyau initial; B et C, déchirure et regroupement de la membrane extérieure au cœur.

quelques nucléons de la membrane s'écartent suffisamment du cœur pour ne plus être soumis, de sa part, qu'à la force de répulsion électrostatique.

Il est d'ailleurs possible que ce manque de résistance soit particulièrement sensible à l'instant où le cœur se forme, celui-ci pouvant subir alors une sorte de contraction tendant à faire un « vide » entre le cœur et la couronne le recouvrant. La fission serait favorisée à cet instant.

Il paraît actuellement bien difficile d'évaluer dans quelle mesure l'énergie d'interaction des nucléons de la couronne est supérieure à leur énergie d'interaction avec le cœur. On peut seulement remarquer que cette hypothèse n'est vraisemblable que si l'on fait appel à un cœur doublement magique; il est d'ailleurs clair que la tendance à formation d'un cœur est d'autant plus accentuée que celui-ci est magique.

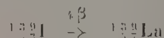
La description de la déformation subie par le noyau ne peut se faire par l'emploi d'une somme de quelques polynomes de Legendre, comme dans le modèle usuel de la goutte.

Aux énergies d'excitation élevées, il n'y a plus formation du cœur; on retombe sur la fission symétrique d'une goutte liquide homogène.

B. Résultats. — *Rapports de masse et de charge des deux fragments.* — Nous postulons le cœur $^{132}_{50}$Sn. L'abandon par la membrane de quelques nucléons sur le cœur expliquerait le maximum de la distri-

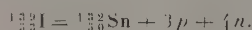
bution du fragment lourd vers $A = 139$. On trouve la densité en protons 0,39 pour le fragment lourd et 0,42 pour le fragment léger, en accord avec l'expérience [12].

Longueurs de chaînes β. — Considérons la fission de ^{236}U par neutrons lents. L'une des fissions les plus probables :



$$^{139}_{53}I \xrightarrow{4\beta} {}^{139}_{57}La$$

se décrirait comme l'abandon de trois protons et quatre neutrons sur le cœur :



$$^{139}_{53}I = {}^{132}_{50}Sn + 3p + 4n.$$

Si deux neutrons sont évaporés, le fragment léger serait alors $^{95}_{39}Y$, qui doit émettre 3 β pour donner $^{95}_{42}Mo$ (stable).

Lorsque le fragment lourd de fission est $^{139}_{54}Xe$, la membrane abandonnerait $4p + 3n$.

On voit que l'hypothèse de l'abandon de quelques nucléons sur le cœur fournit des rapports de masse et des longueurs de chaînes acceptables. Le fait que les nombres de protons et neutrons laissés par la membrane sont voisins — nombres auxquels on est conduit par l'expérience une fois posée l'hypothèse du cœur — paraît nécessaire à la validité de cette hypothèse; si le cœur n'existait pas, on pourrait toujours poser :

$$\text{Fragment de fission} = {}^{132}_{50}Sn + \pi p + \nu n,$$

mais comme ^{132}Sn renferme trop de neutrons par rapport aux isotopes stables, on s'attendrait pour compenser à trouver

$$\pi \gg \nu.$$

S'il en était ainsi, cela indiquerait que l'hypothèse du cœur renferme une contradiction; mais au contraire on a $\pi \simeq \nu$, ce qui sans être un argument décisif est favorable à cette hypothèse.

Condition pour la possibilité de la fission. — Selon Bethe (*fig.* 4), la fission aurait lieu pour $Z \gtrsim 50$, la fusion au-dessous. Cette condition empirique résulte de l'examen des énergies disponibles.

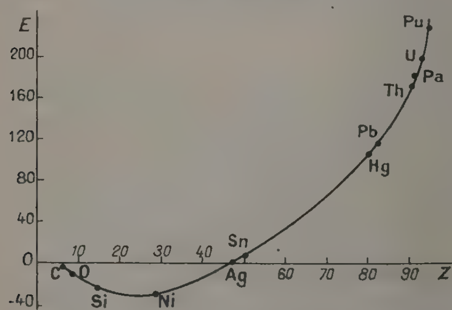


Fig. 4. — Énergie disponible E(MeV) dans la fission (Bethe).

Or $Z > 50$ est précisément la condition d'existence de la membrane dont l'arrachement constituerait la fission.

Ceci n'est d'ailleurs qu'un argument pour le cœur à 50 protons, sans qu'on lui associe les 82 neutrons sauf pour les noyaux très lourds.

Actuellement on ne peut rien conclure du fait que c'est plutôt pour $Z = 47$ que pour $Z = 50$ que l'énergie disponible semble s'annuler, car, d'une part les valeurs calculées ne sont probablement pas définitives, différant de parfois 20 MeV de celles plus anciennes de Bohr et Wheeler ([1], table II), et d'autre part le mode de fission envisagé (symétrique ou non) dans l'établissement de cette courbe n'est pas précisé, alors qu'il existe entre ces modes des différences de quelques mégaélectronvolts (2 MeV pour ^{235}U [5]).

Comparaison avec le modèle de M. Mayer et L. Meitner. — Maria Mayer [13] et Lise Meitner [14] ont constaté qu'il y a rassemblement des nucléons en un fragment comprenant la couche complète 82 neutrons et un fragment comprenant 50 neutrons. Il est proposé ici de considérer le fragment lourd comme constitué par le cœur à 50 protons et 82 neutrons, le fragment léger par la couronne extérieure.

Cette conception diffère de la précédente par les points suivants :

a. Utilisation de l'image spatiale des couches, alors que M. Mayer et L. Meitner utilisent seulement la stabilité particulière des couches complètes;

b. Dans la seconde conception, le cœur est supposé préexister à la fission, alors que dans la première les 82 neutrons se rassemblent au moment où les fragments se séparent;

c. Dans le premier cas seulement, le fragment léger est associé à un nombre magique.

Dans le paragraphe 1, on a vu une objection *a priori* à la première façon de voir : il n'y aurait pas intervention de la structure en couches selon le mécanisme usuel de la fission; au contraire dans l'hypothèse du cœur la structure de celui-ci se conserverait.

L'excitation plus faible du cœur expliquerait qu'il émette moins de neutrons que le fragment léger; les neutrons émis par le fragment lourd proviendraient principalement de ceux laissés par la membrane.

A première vue, les deux façons de voir conduisent au même résultat : fragment lourd avec 82 neutrons. Mais une discussion plus fine de ces résultats semble favoriser l'hypothèse du cœur.

L'association des fragments à des nombres magiques semblerait devoir entraîner un maximum aigu de la courbe des rendements pour les noyaux à 50 et 82 neutrons, avec évaporation des neutrons restants, d'où peut-être 8 ou 10 neutrons évaporés par fission.

Or on sait que le nombre de neutrons évaporés réellement est beaucoup moindre : 2,5 ± 0,1 pour $^{235}U + n$ thermiques.

De plus, on n'observe pas de maximum aigu des rendements pour $A = 132$, mais au contraire une chute brusque pour cette valeur (*fig.* 5), alors que la baisse est plus douce du côté de $A > 140$.

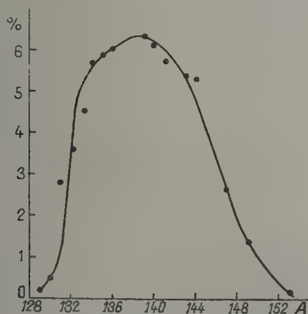


Fig. 5. — Rendements (radiochimiques) de la fission de ^{235}U par neutrons thermiques [23] ([4]).

Cette chute brusque est à prévoir dans l'hypothèse du cœur : si la tendance à formation de celui-ci est réelle, l'abandon par la membrane de quelques nucléons sur le cœur doit être plus probable que l'arrachement par celle-ci de quelques nucléons au cœur.

La courbe des rendements (par neutrons thermiques) *pour différents nombres de masse du noyau fissionné* montre les pics correspondant au fragment lourd superposés, alors que le pic léger se déplace (*fig.* 6), fournissant ainsi un argument *a posteriori* favorisant l'hypothèse du cœur.

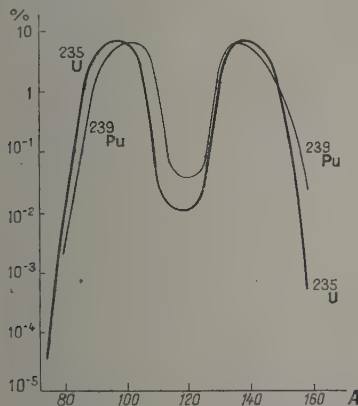


Fig. 6. — Rendements de fission par neutrons thermiques de ^{235}U et ^{239}Pu [23].

([4]) L'hypothèse du cœur n'interdit nullement les phénomènes de structure fine de la courbe des rendements [16], révélés par les mesures au spectrographe de masse, qui se superposent à cette baisse vers $A = 133$ et 134.

Ceci avait déjà été remarqué, ainsi que la chute brusque pour $A = 132$, et attribué à l'action des nombres magiques 50 et 82 [9]. Mais on n'en avait

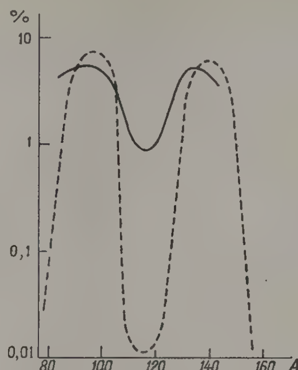


Fig. 7. — Rendements de fission de ^{235}U par n thermiques (- - - -) et n de 14 MeV (——) [24].

pas l'explication : l'hypothèse du cœur en propose une.

Au contraire, *la variation de la courbe des rendements avec énergie croissante des neutrons* montre la disparition du cœur dans ^{236}U hautement excité. Au début le pic lourd se déplace, et finalement on tend vers la fission symétrique [9], [24].

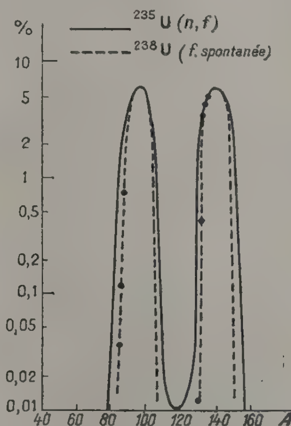


Fig. 8. — Comparaison des rendements de fission spontanée et par neutrons thermiques (d'après les résultats de Wetherill [25], en complétant par symétrie).

Dans la fission spontanée [25], il est à présumer un minimum encore plus profond si la structure en couches intervient. Mac Namara et Thode ont étudié la courbe des rendements (*fig.* 8) : ils considèrent qu'il y a décalage du maximum vers les grandes masses. Mais leurs résultats paraissent suggérer autant le minimum plus profond. L'étude récente

de Wetherill semble confirmer cette dernière interprétation.

Fission du Bismuth. — Lise Meitner [14] a montré la grande importance théorique de la fission du bismuth par neutrons : celle-ci a lieu avec un seuil de 50 MeV, et est symétrique même au voisinage du seuil. Elle est précédée de l'évaporation de 10 neutrons environ.

Cette fission n'est pas compatible avec l'hypothèse du cœur, qui entraînerait au contraire une fission très dissymétrique : fragment lourd $A \sim 132$, fragment léger $A \sim 67$. Elle s'explique, au contraire, aisément dans l'hypothèse de L. Meitner : comme on ne dispose pas de 132 neutrons, il ne peut pas y avoir formation d'un fragment à 82 + un fragment à 50 neutrons, mais seulement de deux fragments à 50 neutrons.

Il n'y a donc pas intervention du cœur ^{132}Sn *dans la fission du bismuth.*

L'énergie d'excitation élevée (50 MeV) — même si elle est retombée à quelques mégaélectronvolts après évaporation des neutrons — entraîne déjà une destruction partielle de la structure en couches avant cette évaporation. Mais L. Meitner a montré que cet argument seul est insuffisant pour expliquer la fission symétrique, la fission de l'uranium par neutrons de 45 MeV montrant encore un minimum (20 pour 100 du maximum).

Comme on l'a vu dans le paragraphe 2, l'absence du cœur ^{132}Sn dans le bismuth s'expliquerait *a priori*, une éventuelle coupure en surface du cœur introduisant une trop grande discontinuité de la répartition des protons et des neutrons ($\rho \sim 0{,}6$ au lieu de 0,8); les protons en excès dans la membrane rentreraient à l'intérieur du cœur. Il y aurait absence du cœur dans le ^{199}Bi qui est l'isotope qui se fissionne, mais probablement non dans le ^{209}Bi qui est l'isotope stable (lorsque non excité).

4. Appendice. — Les couches nucléaires dans la conception du potentiel en oscillateur.

— Nous utilisons le potentiel en oscillateur isotrope [26] parce qu'il rend compte simplement des nombres magiques [27]. Il s'introduit comme première approximation d'un potentiel nucléaire central développable en série entière :

$$V(r) = \sum a_n r^n,$$

en se limitant au premier terme dépendant de r :

$$V(r) = \frac{1}{2} k r^2 + \text{const.}$$

Nous négligerons la constante, qui n'influe pas sur les fonctions d'onde. Mais il ne faudra pas oublier que le potentiel d'oscillateur n'est qu'une approximation mathématique, aucune raison d'ordre physique n'en imposant le choix. Weisskopf fait observer ([20], p. 767) qu'un potentiel différant de celui d'oscillateur par des bords plus aigus conduirait aux mêmes nombres magiques.

La recherche des fonctions propres s'effectue en posant :

$$\psi(n, l, m) = R_{n,l}(r)\, Y_l^m(\theta, \varphi),$$

Y_l^m harmoniques sphériques normalisés. La fonction $f \equiv rR$ satisfait à

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2} + V(r)\right] f = Ef.$$

L'on est amené à prendre pour variable

$$\rho = \frac{r}{a},$$

$$a = \sqrt{\frac{\hbar^2}{km}}, \qquad \nu^{-1} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Le comportement asymptotique de f conduit à poser

$$f = e^{-\frac{\rho^2}{2}} L(\rho),$$

L étant un polynome dont on détermine les coefficients par récurrence.

On trouve ainsi (5) la fonction radiale $R_{n,l}$ correspondant à l'énergie

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu$$

et au nombre quantique orbital l

$$R_{n,l} = e^{-\frac{\rho^2}{2}} \rho^l \left[1 - \frac{n-l-1}{2l+3}\rho^2 + \frac{1}{2!}\frac{(n-l-1)(n-l-3)}{(2l+3)(2l+5)}\rho^4 - \frac{1}{3!}\frac{(n-l-1)(n-l-3)(n-l-5)}{(2l+3)(2l+5)(2l+7)}\rho^6 + \ldots\right].$$

Les polynomes L peuvent être ramenés [26] aux polynomes de Laguerre. Pour normaliser, il faut multiplier $R_{n,l}$ par $N_{n,l}$:

$$N_{n,l}^2 = \frac{2^{(3l+5-n)\frac{1}{2}}(l+n)!!}{\sqrt{\pi}\left(\frac{n-l-1}{2}\right)!\,[(2l+1)!!]^2}.$$

Pour n donné, on a dégénérescence par rapport à l

$$l = n-1,\quad n-3,\quad \ldots,\quad 0 \text{ ou } 1.$$

La fonction $l = n - 1$ est particulièrement simple

$$R = e^{-\frac{\rho^2}{2}} \rho^l.$$

(5) Talmi utilise une signification différente du nombre n qui est alors le degré en ρ^2 du polynome L : $\left(\frac{n-l-1}{2}\right)$ l'énergie n'est plus $\left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu$. Signalons, d'autre part, qu'un terme semble avoir été omis dans le facteur de normalisation donné par Shaffer.

La densité $|\psi|^2$

$$|\psi|^2 :: e^{-\rho^2}\rho^{2l}$$

est alors maximum pour $\rho = \sqrt{l}$, et la densité radiale

$$\rho^2 |\psi|^2 :: e^{-\rho^2}\rho^{2n}$$

est maximum pour $\rho = \sqrt{n}$.

La partie de la couche E_n qui a le plus grand poids statistique $2l+1$ correspond donc à un maximum de probabilité de présence sur une sphère de rayon croissant comme $\sqrt{n}$.

De ce point de vue la structure en couches, au sens énergétique du mot, correspond aussi à une structure en couches, au sens géométrique de ce mot.

Mais pour les sous-couches de l différant de la valeur maximum, ce résultat ne se conserve plus. En particulier quand $l = 0$ (n impair), le principal maximum de $|\psi|^2$ est atteint pour $\rho = 0$.

On comparera ces résultats au cas des atomes hydrogénoïdes, où la sous-couche de l maximum ($l = n - 1$) est décrite par :

$$R = e^{-\frac{\rho}{2}}\rho^l$$

et la densité radiale est maximum pour $\rho = 2n$, alors que la maximum est au centre ($\rho = 0$) pour $l = 0$.

Les couches sont beaucoup moins séparées dans le cas des noyaux que dans celui des atomes.

L'évaluation de la densité d(r) dans le noyau n'a pas donné les minima séparant les diverses couches, que l'on aurait pu attendre par analogie avec le cas des atomes. On a calculé d(r), négligeant les corrélations entre nucléons, par

$$d(r) = 4\sum_{nlm} N_{nl}^2 R_{nl}^2 |Y_l^m|^2,$$

$$d(r) = \sum_{nl} \frac{2l+1}{\pi} N_{nl}^2 R_{nl}^2.$$

On a trouvé en s'arrêtant à $n = 6$ (56 premiers états occupés, c'est-à-dire noyau à 56×4 nucléons)

$$d(\rho) = \frac{1}{\pi}\frac{2}{\alpha^3\sqrt{\pi}} e^{-\rho^2} P(\rho),$$

$$P(\rho) = \frac{35}{4} + \frac{35}{2}\rho^2 - 14\rho^4 + \frac{44}{3}\rho^6 - 4\rho^8 + \frac{8}{15}\rho^{10}.$$

La figure 9 représente d(ρ) et ρ^2 d(ρ) : il n'y a pas séparation d'un cœur et d'une couronne superficielle par un minimum de densité.

Nous croyons que ce résultat ne prouve pas l'absence d'un cœur dans le noyau réel, mais simplement que les approximations faites ne permettent pas une discussion fine de la densité. On remarquera que la densité à l'origine croît avec n, puisque les couches $l = 0$ ont leur maximum à l'origine : on ne retrouve pas la saturation de la densité. Marty, Nataf et Prentki [28] ont montré que le potentiel d'oscillateur conduit aussi à des difficultés lors de la discussion quantitative des états excités des noyaux. On ne pouvait donc guère s'attendre à trouver le minimum de densité. Au contraire, le résultat : « couches de rayons proportionnels à $\sqrt{n}$ » paraît susceptible d'être conservé approximativement pour le potentiel nucléaire réel.

J'ai essayé d'améliorer le modèle en introduisant quatre valeurs de k, correspondant aux potentiels agissant sur les protons et neutrons de chaque spin. Il est clair que pour des valeurs des quatre paramètres a suffisamment différentes, on obtiendra des minima de densité dans le noyau. Mais le calcul montre qu'il

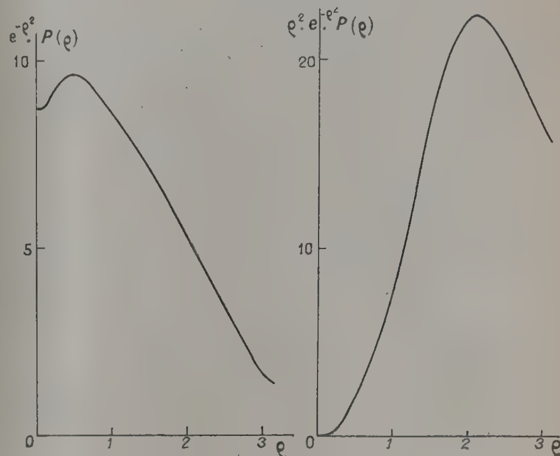


Fig. 9. — Densité des nucléons et densité radiale à l'intérieur du noyau, selon le modèle en oscillateur (sans corrélations et sans couplage spin-orbite).

faut pour cela utiliser des k trop différents pour être admissibles.

Notons qu'il n'a pas été tenu compte ici du couplage spin-orbite : les couches se terminent aux nombres de neutrons ou protons 8, 20, 40, 70 et 112, et non 8, 20, 50, 82 et 126. L'introduction de ce couplage compliquerait les calculs, et probablement vaut-il mieux d'abord rechercher un potentiel nucléaire plus élaboré que celui d'oscillateur. On a déjà tenté d'appliquer aux noyaux la méthode du champ self-consistent, et les calculs rigoureux semblent inextricables. Mais des calculs préliminaires me semblent montrer que si l'on consent à sacrifier de la rigueur on parvient à un potentiel constituant probablement une amélioration de l'oscillateur.

Signalons enfin que Flügge [29], utilisant le modèle de la goutte compressible, donc sans introduire de couches quantiques, arrive néanmoins à une sorte de « cœur » : les effets de répulsion électrostatique

entraîneraient l'existence dans la partie centrale du noyau d'une zone soumise à des efforts de tension. Ainsi des effets non quantiques peuvent favoriser la formation du « cœur ».

Manuscrit reçu le 22 mars 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] BOHR N. et WHEELER J. A. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 426.
FRENKEL J. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 987; *J. Phys. U.S.S.R.*, 1939, **1**, 125.
[2] FRANKEL S. et METROPOLIS N. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 914.
[3] JUNGERMAN J. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 285.
[4] FOWLER J. L., JONES W. H. et PACHLER J. H. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 71.
[5] FONG P. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 332.
(*Voir* aussi l'article d'ensemble de TURNER L. A. — *Rev. Mod. Physics*, 1940, **12**, 1.
[6] FRENKEL J. — *J. Phys. U.S.S.R.*, 1946, **10**, 533.
[7] KRAMISH A. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1201.
[8] HILL D. L. et WHEELER J. A. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 1102.
[9] FRISCH O. R. — *Progress Nuclear Physics*, Londres, 1952, **2**, 120.
[10] DEMERS P. — *C. R. Acad. S.*, 1952, **235**, 1637.
[11] SWIATECKI W. J. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 179.
[12] YASAKI T. et MIYATAKE O. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 740 et 1950, **80**, 754.
[13] MAYER M. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 239.
[14] MEITNER L. — *Nature*, 1950, **165**, 561; *Arkiv Fysik*, 1952, **4**, 383.
[15] CURIE D. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **235**, 1286; 1953, **237**, 1401.
[16] GLENDENIN L. E. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 337; 1951, **84**, 860.
[17] DAUDEL R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **235**, 886 et 1375.
VROELANT C. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1666 et 1887.
BRION H. et ODIOT S. — 1953, **237**, 616 et 1399.
[18] HILDEBRAND R. H. et LEITH C. E. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 842.
[19] CURIE D. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 941.
[20] WEISSKOPF V. F. et BLATT J. M. — Theoretical Nuclear Physics, Wiley, 1952.
[21] JOLIOT Mme I. — Les radioéléments naturels, Hermann, Paris, 1946, p. 189.
[22] FEENBERG E. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 593.
[23] Plutonium Project. *Rev. Mod. Physics*, 1946, **18**, 513.
CORYELL C. D. et SUGARMAN N. — The fission products, Mc Graw Hill, 1951, **3**, 2000.
[24] SPENCE S. R. W. — *Proceedings Brookhaven*, 1949, BNL-C-9.
[25] MAC NAMARA J. et THODE H. G. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 471.
WETHERILL G. W. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 907.
[26] BETHE H. A. et BACHER R. F. — *Rev. Mod. Physics*, 1936, **8**, 172.
SHAFFER W. H. — *Rev. Mod. Physics*, 1944, **16**, 245.
TALMI I. — *Helv. Phys. Acta*, 1951, **25**, 185.
[27] GÖPPERT-MAYER M. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 990.
HAXEL O., JENSEN J. H. D. et SUESS H. E. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1766.
[28] MARTY C., NATAF R. et PRENTKI J. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 141.
[29] FLÜGGE S. et WOESTE K. — *Z. Physik*, 1952, **132**, 384.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 15, NOVEMBRE 1954, PAGE 742

SUR LA THERMOMÉCANIQUE DE LA CONDUCTION ÉLECTRIQUE

Par J. E. VERSCHAFFELT,
La Haye, Pays-Bas.

Sommaire. — Après avoir ajouté à ma théorie des phénomènes de transport quelques développements complémentaires, je l'applique à la conduction électrique par électrons et par ions. En particulier, je base là-dessus l'explication du fonctionnement de l'élément de concentration et du saut de potentiel aux électrodes.

1. **Introduction**. — On peut faire une distinction entre courants électriques par convection (convection électrique) et courants électriques par conduction (conduction électrique). Les premiers se produisent dans l'écoulement d'un fluide diélectrique portant une charge électrique spatiale; les seconds résultent de la diffusion des constituants d'un électrolyte neutre (à charge spatiale nulle), dont les particules (électrons ou ions) sont animées de vitesses macroscopiques différentes. Si l'électrolyte, qui peut être un métal ou, en général, un conducteur de première espèce (conducteur électronique), n'est pas électriquement neutre, le mouvement d'ensemble donne lieu à une convection électrique, à laquelle se superpose une conduction électrique par diffusion. C'est, d'ailleurs, en cette dernière que consistent les courants électriques proprement dits.

Les forces qui produisent le courant électrique

portent le nom de forces électromotrices (f.é.m.). Il est clair que toute force, externe ou interne, qui produit le mouvement d'un fluide (mouvement d'ensemble ou diffusion), peut agir comme f.é.m.; mais ce nom est généralement réservé à certaines forces particulières (f.é.m. de Volta, de Thomson, de Lorentz), dont l'effet sur la diffusion a été révélé par la théorie et l'expérience. Ainsi, la pesanteur est une f.é.m. en ce sens, qu'elle fait couler un fluide non conducteur portant une charge spatiale; mais elle n'intervient pas dans la diffusion, le champ gravifique n'agissant pas de façon différente sur les divers constituants d'un mélange. Elle n'agit donc pas comme f.é.m. dans la conduction. La force électromotrice par excellence est évidemment l'intensité d'un champ électrique, puisqu'elle n'agit que sur des particules électriquement chargées, ou dont les charges électriques ont été séparées par polarisation.

La thermomécanique du courant électrique peut être développée sur la base de la théorie générale des phénomènes de transport, telle que je l'ai exposée en 1951 dans ce *Journal* [1] et en 1952 dans *Physica* [2]. Il suffit de supposer, que les particules matérielles portent, toutes ou en partie, des charges électriques, et d'ajouter aux forces mécaniques (pesanteur et pressions), qui sont les forces sur lesquelles repose véritablement l'hydrodynamique, les intensités des champs électrique et magnétique, qui n'interviennent pas dans l'hydrodynamique proprement dite. Dans ma théorie, d'ailleurs (*voir* [3]), je fais intervenir une force thermique, exercée sur la matière dans un champ thermique, c'est-à-dire dans tout espace où règne un gradient de température.

Les particules essentiellement neutres du fluide constituent ce que de façon générale on peut appeler le solvant, les particules électriquement chargées (électrons libres ou ions) pouvant être considérées comme de la matière dissoute (gaz électronique, par exemple).

2. Équations fondamentales. — Pour éviter des complications superflues, nous supposerons que le fluide a une viscosité négligeable, et qu'il ne s'y opère pas de transformations moléculaires; l'effet de ces facteurs sur la conduction électrique n'est qu'accessoire. Dans ces conditions, la loi de continuité

$$\frac{\partial c_\nu}{\partial t} = -\operatorname{div}(c_\nu \mathbf{u}_\nu) \quad \text{ou} \quad \frac{\mathrm{d}c_\nu}{\mathrm{d}t} = -c_\nu \operatorname{div} \mathbf{u}_\nu, \tag{1}$$

est satisfaite pour chacun des n constituants du fluide mixte, et le travail effectué par le fluide, par unité de volume et de temps, se réduit à

$$L^* = -\sum c_\nu(\mathbf{f}'_\nu . \mathbf{u}_\nu) + \sum \operatorname{div}(c_\nu j'_\nu \mathbf{u}_\nu) - \sum c_\nu(\mathbf{Z}'_\nu . \mathbf{u}_\nu). \tag{2}$$

La loi de l'énergie peut être formulée en écrivant

$$\sum c_\nu \frac{\mathrm{d}U'_\nu}{\mathrm{d}t} + \sum c_\nu \frac{\mathrm{d}K'_\nu}{\mathrm{d}t} = Q - L^*, \tag{3}$$

$$Q = q \operatorname{div} \mathbf{w}, \quad \text{avec} \quad \mathbf{w} = k\mathbf{A}_{\text{th}} = -k \operatorname{grad} \log T. \tag{4}$$

La loi de l'entropie s'exprime par

$$T\sum c_\nu \frac{\mathrm{d}S'_\nu}{\mathrm{d}t} = Q - (\mathbf{w}.\mathbf{A}_{\text{th}}) + \varepsilon. \tag{5}$$

ε étant l'énergie dissipée par unité de volume et de temps.

3. Calcul de l'énergie dissipée. — L'introduction de l'enthalpie partielle

$$W'_\nu = U'_\nu + j'_\nu, \quad \text{avec} \quad \sum c_\nu j'_\nu = p, \tag{6}$$

transforme (3) en

$$\sum c_\nu \frac{\mathrm{d}W'_\nu}{\mathrm{d}t} + \sum c_\nu \frac{\mathrm{d}K'_\nu}{\mathrm{d}t} = Q + \frac{\partial p}{\partial t} + \sum c_\nu(\mathbf{f}'_\nu . \mathbf{u}_\nu) + \sum c_\nu(\mathbf{Z}'_\nu . \mathbf{u}_\nu). \tag{7}$$

L'élimination de Q entre (5) et (7), et l'introduction du potentiel thermique partiel $G'_\nu = W'_\nu - TS'_\nu$, avec

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial G'_\nu}{\partial T} = -S'_\nu, \quad \sum c_\nu \frac{\partial G'_\nu}{\partial p} = 1 \\ \text{et} \\ &\sum c_\nu \left(\frac{\partial G'_\nu}{\partial t}\right)_{Tp} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

donne

$$\sum c_\nu(\mathbf{u}_\nu . \operatorname{grad}_T G'_\nu) = \sum c_\nu(\mathbf{f}'_\nu . \mathbf{u}_\nu) - \sum c_\nu \frac{\mathrm{d}K'_\nu}{\mathrm{d}t} + \sum c_\nu(\mathbf{Z}'_\nu . \mathbf{u}_\nu) + (\mathbf{w}.\mathbf{A}_{\text{th}}) - \varepsilon. \tag{9}$$

Songeant que, les masses étant mesurées en grammes,

$$\frac{\mathrm{d}K'_\nu}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}u_\nu^2}{\mathrm{d}t} = \left(\mathbf{u}_\nu . \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_\nu}{\mathrm{d}t}\right), \tag{10}$$

on peut en conclure que

$$\varepsilon = (\mathbf{w}.\mathbf{A}_{\text{th}}) + \sum c_\nu(\mathbf{X}'_\nu . \mathbf{u}_\nu), \tag{11}$$

où

$$\mathbf{X}'_\nu = \mathbf{f}'_\nu - \operatorname{grad}_T G'_\nu - \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_\nu}{\mathrm{d}t} + \mathbf{Z}'_\nu. \tag{12}$$

L'exactitude de ce résultat, obtenu par application de principes fondamentaux, me paraît incontestable.

Faisant enfin l'hypothèse que

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_\nu}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}' - v' \operatorname{grad} p + \mathbf{Z}'_\nu, \quad \text{avec} \quad \sum c_\nu \mathbf{Z}'_\nu = 0, \tag{13}$$

on obtient, en définitive,

$$\mathbf{X}'_\nu = \mathbf{A}'_\nu - \mathbf{A}', \qquad (14)$$

avec

$$\mathbf{A}'_\nu = \mathbf{f}'_\nu - \operatorname{grad}_T G'_\nu \quad \text{et} \quad \mathbf{A}' = \mathbf{f}' - v' \operatorname{grad} p. \qquad (14')$$

On a, d'ailleurs,

$$c\mathbf{A}' = \sum c_\nu \mathbf{A}'_\nu \quad \text{et} \quad c_\nu \mathbf{X}'_\nu = 0. \qquad (15)$$

4. **Mouvement d'ensemble et diffusion.** — Les vitesses absolues $\mathbf{u}_\nu$ sont indéterminées; on peut, notamment, y ajouter une vitesse constante arbitraire $\mathbf{u}_0$, une vitesse d'entraînement, dont sont animés dans l'espace l'observateur, ou l'appareil dans lequel le mouvement est observé. Il est permis de supposer que le flux de chaleur $\mathbf{w}$, auquel ne correspond aucune vitesse, est absolument indépendant de cette vitesse d'entraînement, que nous négligerons, d'ailleurs, l'observateur étant supposé immobile dans l'espace.

Par rapport à cet observateur, le fluide mixte peut être considéré comme animé d'un mouvement d'ensemble avec une vitesse $\mathbf{u}$, auquel se superpose une diffusion des constituants avec des vitesses $\mathbf{v}_\nu = \mathbf{u}_\nu - \mathbf{u}$.

Eu égard à (15), (11) peut s'écrire

$$\varepsilon = (\mathbf{w}.\mathbf{A}_{\text{th}}) + \sum c_\nu(\mathbf{X}'_\nu.\mathbf{v}_\nu), \qquad (16)$$

raison pour laquelle j'appelle $\mathbf{X}'_\nu$ l'affinité de diffusion. On voit ainsi que, quelle que soit la vitesse d'ensemble, dont le choix est libre jusqu'ici, le mouvement d'ensemble ne dissipe pas d'énergie; à condition, bien entendu, que le fluide soit sans viscosité. Toute l'énergie dissipée par les flux matériels vient sur le compte de la diffusion. Cette énergie étant bien déterminée, elle ne peut varier avec le choix des $\mathbf{v}_\nu$; cela peut paraître étrange, mais c'est une conséquence logique de la relation (15) entre les affinités de diffusion.

5. **Principe de superposition.** — J'introduis maintenant mon principe de superposition, en admettant que pour un choix convenable de la vitesse d'ensemble on a, en cas de stationnarité du mouvement, la simple proportionnalité

$$\mathbf{v}_\nu = \alpha_\nu \mathbf{X}'_\nu, \quad \text{avec} \quad \mathbf{m}_{\nu d} = c_\nu \mathbf{v}_\nu = \alpha_\nu c_\nu \mathbf{X}'_\nu = a_\nu \mathbf{X}'_\nu, \qquad (17)$$

comme intensité du flux de diffusion du $\nu^{\text{ième}}$ constituant. Je suppose, d'ailleurs, que $\alpha_\nu = \alpha$ est un même coefficient pour les divers constituants. L'énergie dissipée par diffusion devient ainsi

$$\varepsilon_d = \alpha \sum c_\nu \mathbf{X}'^2_\nu. \qquad (18)$$

Eu égard à (15) on peut écrire

$$\mathbf{m}_{\nu d} = \alpha c_\nu \left(\mathbf{A}'_\nu - \frac{1}{c} \sum_\mu c_\mu \mathbf{A}'_\mu \right) = \sum_\mu a_{\nu\mu} \mathbf{A}'_\mu, \qquad (19)$$

où

$$a_{\nu\nu} = \alpha c_\nu \frac{c - c_\nu}{c} \quad \text{et} \quad a_{\nu\mu} = -\alpha \frac{c_\nu c_\mu}{c}; \qquad (19')$$

de sorte que

$$a_{\mu\nu} = a_{\nu\mu}, \qquad (20)$$

ce qui est conforme aux relations de réciprocité d'Onsager.

Je suppose à présent que la simple proportionnalité (17) existe, lorsqu'on choisit une vitesse d'ensemble déterminée par

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{A}', \quad \text{avec} \quad \mathbf{m} = c\mathbf{u} = \alpha c \mathbf{A}' \qquad (21)$$

comme intensité de flux d'ensemble. Il vient ainsi

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{u}_\nu = \mathbf{u} + \mathbf{v}_\nu = \alpha(\mathbf{A}' + \mathbf{X}'_\nu) = \alpha \mathbf{A}'_\nu \\ \text{et} \\ \mathbf{m}_\nu = \alpha c_\nu \mathbf{A}'_\nu = a_\nu \mathbf{A}'_\nu. \end{array} \right\} \qquad (22)$$

Puisque, eu égard à (15),

$$\mathbf{u} = \sum \alpha \frac{c_\nu}{c} \mathbf{A}'_\nu = \sum \frac{c_\nu}{c} \mathbf{u}_\nu, \quad \text{d'où} \quad \mathbf{m} = \sum \mathbf{m}_\nu, \qquad (23)$$

$\mathbf{u}$ est la vitesse (dite) barycentrique. On a alors

$$\sum c_\nu \mathbf{v}_\nu = 0, \quad \text{ou} \quad \sum \mathbf{m}_{\nu d} = 0. \qquad (24)$$

Il importe de faire observer à ce propos, que pour un fluide idéal, sans viscosité, la vitesse d'ensemble n'est pas nécessairement nulle, lorsque $\mathbf{A}' = 0$. La proportionnalité (21) exige donc, qu'au moins une légère viscosité se fasse sentir. Alors, en régime stationnaire, les relations (21) et (22) existent réellement, mais $\mathbf{A}'$ est voisin de zéro, c'est-à-dire que l'état est voisin de l'équilibre d'ensemble. Et dans ces conditions l'énergie dissipée par les flux matériels peut s'écrire (approximativement)

$$\varepsilon_m = \sum c_\nu(\mathbf{A}'_\nu.\mathbf{u}_\nu) = \sum (\mathbf{A}'_\nu.\mathbf{m}_\nu) = \sum \alpha c_\nu \mathbf{A}'^2_\nu, \qquad (25)$$

ou bien

$$\varepsilon_m = c(\mathbf{A}'.\mathbf{u}) + \sum c_\nu(\mathbf{X}'_\nu.\mathbf{v}_\nu) = \alpha c \mathbf{A}'^2 + \sum \alpha c_\nu \mathbf{X}'^2_\nu; \qquad (26)$$

le premier terme est alors (à une petite correction près, laquelle contient le coefficient de viscosité), l'énergie dissipée par le mouvement d'ensemble. On remarquera que ce terme s'annulle avec $\mathbf{A}'$, même si $\mathbf{u}$ ne s'annulle pas, comme c'est le cas en régime stationnaire idéal.

6. **Conduction par électrons.** — Considérons un conducteur de première espèce (conducteur électronique), un métal, par exemple, liquide ou solide isotrope. Supposons-le inhomogène pour une

double raison : d'abord parce que sa température n'est pas uniforme, ensuite parce que c'est un alliage, supposé binaire pour la simplicité, dont la composition n'est pas partout la même; représentons par x un facteur d'état indiquant cette composition.

La conduction électrique s'effectue, dans ce cas, par déplacement d'électrons libres avec une vitesse relative $\mathbf{v}_e$, et par déplacement de deux espèces d'ions avec des vitesses $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$. Soient c_e, c_1 et c_2 les concentrations (en grammes) de ces particules, e_e (négatif), e_1 et e_2 (positives) leurs charges spécifiques. La substance étant électriquement neutre, on a

$$e = \sum c_\nu e_\nu = c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_e e_e = 0. \tag{27}$$

Il n'y a pas de courant électrique par convection; d'ailleurs, nous supposerons la matière en équilibre d'ensemble ($\mathbf{u} = 0$). L'intensité du courant par conduction est

$$\mathbf{i} = \sum c_\nu e_\nu \mathbf{v}_\nu = c_1 e_1 \mathbf{v}_1 + c_2 e_2 \mathbf{v}_2 + c_e e_e \mathbf{v}_e. \tag{28}$$

Pratiquement, cela se réduit au dernier terme. En effet, la vitesse d'ensemble étant définie par (23), on a [*voir* (24)]

$$\sum c_\nu \mathbf{v}_\nu = c_1 \mathbf{v}_1 + c_2 \mathbf{v}_2 + c_e \mathbf{v}_e + c_3 \mathbf{v}_3 + c_4 \mathbf{v}_4 = 0, \tag{29}$$

où les indices 3 et 4 se rapportent aux deux espèces de particules électriquement neutres.

Or, la masse des électrons n'est qu'une petite fraction de celle des ions. et la concentration molaire (moyenne) des ions est la même que celle des électrons, de sorte que les concentrations des ions sont très grandes vis-à-vis de c_e. Il s'ensuit que les vitesses $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ sont très petites par rapport à $\mathbf{v}_e$; d'où résulte, que les deux premiers termes de i sont très petits par rapport au dernier, puisque $c_1 e_1$ et $c_2 e_2$ sont de même ordre de grandeur que $c_e e_e$. Nous ferons donc abstraction des ions (nous ne parlerons pas davantage de la diffusion des constituants de l'alliage) et écrirons, pour simplifier,

$$\mathbf{i} = c_e e_e \mathbf{v}_e, \tag{30}$$

en abandonnant à d'autres le soin de développer le calcul complet, s'ils le désirent.

7. Forces électromotrices électroniques. — L'équilibre d'ensemble étant supposé réalisé, nous admettons que $\mathbf{A}' = 0$. Si la pesanteur est sans action, cela établit une relation entre les gradients de température et de pression, qui sont donc supposés donnés. Bien entendu, si la température est donnée en chaque point, il n'en est pas de même de la pression, qui reste encore indéterminée.

Pour raison de simplicité encore, nous supposerons qu'il n'agisse pas davantage de champ magnétique appliqué. Nous aurons donc, dans l'état stationnaire,

$$\mathbf{i} = -\gamma \operatorname{grad} V = \alpha c_e e_e \mathbf{A}'_e, \tag{31}$$

avec

$$\begin{aligned}\mathbf{A}'_e &= e_e \mathbf{h}_a - s_e \operatorname{grad} \log T - \operatorname{grad}_T G'_e \\ &= e_e \mathbf{h}_a - \frac{s_e}{T} \operatorname{grad} T - \left(\frac{\partial G'_e}{\partial p}\right)_{Tx} \operatorname{grad} p \\ &\quad - \left(\frac{\partial G'_e}{\partial x}\right)_{Tp} \operatorname{grad} x,\end{aligned} \tag{31'}$$

où

$$\mathbf{h}_a = -\operatorname{grad} V_a \tag{32}$$

est l'intensité du champ électrique appliqué. V_a est le potentiel électrostatique et V ce que j'appelle le potentiel électrodynamique.

Posant

$$\mathbf{i} = \gamma \mathbf{h} = \alpha c_e e_e^2 \mathbf{h}, \tag{33}$$

on peut écrire

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_T + \mathbf{h}_p + \mathbf{h}_x, \tag{33'}$$

où les trois derniers termes sont les forces électromotrices induites

$$\mathbf{h}_T = \mathfrak{I} \operatorname{grad} T, \quad \mathbf{h}_p = \psi \operatorname{grad} p, \quad \mathbf{h}_x = \xi \operatorname{grad} x, \tag{34}$$

avec

$$\left.\begin{aligned}&\mathfrak{I} = -\frac{1}{e_e}\frac{s_e}{T}, \qquad \psi = -\frac{1}{e_e}\left(\frac{\partial G'_e}{\partial p}\right)_{Tx} \\ \text{et}\quad &\xi = -\frac{1}{e_e}\left(\frac{\partial G'_e}{\partial x}\right)_{Tp}.\end{aligned}\right\} \tag{34'}$$

La première seule, la force thermoélectrique de Thomson, est bien connue. Pour moi, ce ne sont pas des f.é.m. proprement dites, parce qu'elles existeraient, tout aussi bien, si les électrons n'étaient pas chargés; en quel cas les trois derniers termes de (31′) resteraient exactement les mêmes.

8. Équilibres électroniques. — La troisième espèce de f.é.m. induite peut être appelée un effet Volta différentiel. A température et pression uniformes l'intensité du courant dans un alliage inhomogène serait

$$\mathbf{i} = \gamma\left[-e_e \operatorname{grad} V_a - \left(\frac{\partial G'_e}{\partial x}\right)_{Tp} \operatorname{grad} x\right], \tag{35}$$

de sorte qu'en circuit ouvert, l'intensité de courant étant nulle, on aurait

$$\operatorname{grad} V_a = -\frac{1}{e_e} \operatorname{grad}_{Tp} G'_e. \tag{36}$$

Entre les extrémités d'un tube ou d'un fil s'établit donc une différence de potentiel électrostatique, un effet Volta intégral

$$\varphi = V_2 - V_1 = \frac{1}{e_e}(G'_{e1} - G'_{e2}). \tag{37}$$

Telle est aussi l'expression de l'effet Volta proprement

dit, du saut de potentiel au contact de deux métaux différents, purs ou non.

Les deux autres espèces de f.é.m. induites peuvent également être considérées comme des effets différentiels; mais il ne leur correspond pas d'effet intégral connu.

Mises sous les formes

$$\operatorname{grad}_{Tp} \Phi_e = 0 \qquad \text{et} \qquad \Phi_{e1} = \Phi_{e2}, \tag{38}$$

où

$$\Phi_e = G'_e + e_e V_a \tag{38'}$$

est le potentiel électrothermique des électrons, les équations (36) et (37) expriment, qu'en cas d'équilibre électrothermique (température uniforme et absence de courant électrique, c'est-à-dire potentiel électrodynamique uniforme) le potentiel électrothermique des électrons est le même tout le long du fil métallique inhomogène, et est aussi le même pour deux métaux différents en contact.

Cette constance du potentiel électrothermique n'existe pas le long d'un fil de constitution uniforme, dont la température varie d'un point à un autre. Cela tient au fait que, dans ma théorie, la thermodiffusion des électrons est l'effet, non pas d'une différence de concentration des électrons entre parties inégalement chauffées d'un même conducteur, mais de la force thermique, qui pousse les électrons. Il semble, cependant, qu'une différence de concentration doive jouer également un rôle dans cette thermodiffusion. Aussi y a-t-il là encore, je pense, une lacune à combler.

9. **Effets calorifiques de la conduction par électrons.** — En régime stationnaire la loi de l'entropie (5) peut s'écrire

$$T \sum c_\nu (\mathbf{u}_\nu . \operatorname{grad} S'_\nu) = Q + \varepsilon_m, \tag{39}$$

où Q représente par unité de volume et de temps, l'effet calorifique du processus de transport et ε_m l'énergie dissipée par les flux matériels. Abstraction faite des flux ioniques, dont les effets sont négligeables (mais tout à fait semblables), l'équation (39) donne, en cas d'équilibre d'ensemble,

$$Q = T c_e (\mathbf{v}_e . \operatorname{grad} S'_e) - \varepsilon_m. \tag{39'}$$

Posant [*voir* équation (33]

$$r = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\alpha c_e e_e^2}, \tag{40}$$

on trouve, eu égard à (26) et (31),

$$\varepsilon_m = \alpha c_e A'^2_e = r i^2, \tag{41}$$

et, eu égard à (30),

$$Q = \frac{T}{e_e} (\mathbf{i} . \operatorname{grad} S'_e) - r i^2. \tag{42}$$

L'entropie spécifique S'_e étant fonction de T, p et x, l'équation (42) peut être développée comme suit :

$$Q = \tau (\mathbf{i} . \operatorname{grad} T) + \chi (\mathbf{i} . \operatorname{grad} p) + \pi (\mathbf{i} . \operatorname{grad} x) - r i^2, \tag{43}$$

où

$$\left. \begin{aligned} \tau = \frac{T}{e_e} \left(\frac{\partial S'_e}{\partial T} \right)_{px}, \qquad \chi = \frac{T}{e_e} \left(\frac{\partial S'}{\partial p} \right)_{Tx}, \\ \pi = \frac{T}{e_e} \left(\frac{\partial S'_e}{\partial x} \right)_{Tp}, \end{aligned} \right\} \tag{43'}$$

L'effet calorifique est ainsi décomposé en quatre parties, dont la première est connue sous le nom d'effet Thomson, la dernière sous le nom d'effet Joule. La troisième peut être appelée l'effet Peltier différentiel, l'effet Peltier intégral, au contact de deux métaux purs ou non étant

$$\Pi = \frac{T}{e_e} (S'_{e2} - S'_{e1}). \tag{44}$$

C'est, à vrai dire, ce qu'on peut appeler l'effet Peltier pur, auquel devrait venir s'ajouter la chaleur de charge, connue sous le nom d'effet Budde, qui est un phénomène superficiel dont ma théorie ne rend pas compte.

Par comparaison de (44) et (37), on obtient la relation connue

$$\frac{\Pi}{T} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial T} \right)_p. \tag{45}$$

D'ailleurs, on a aussi [*voir* (34') et (43')]

$$\frac{\pi}{T} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial T} \right)_{px}, \tag{46}$$

ce qui peut être considéré comme la dérivée de (45) par rapport à x, Π et φ étant considérés comme fonctions de x, dans le cas où les métaux en contact sont eux-mêmes des alliages binaires des mêmes métaux.

10. **Conduction électrique par ions.** — Pour résoudre le problème de la conduction par ions, il suffit de généraliser ce qui a été dit au sujet de la conduction par électrons. Nous supposons qu'il y ait n espèces d'ions, de concentrations c_ν et à charges spécifiques e_ν. Le solvant est considéré comme constituant d'indice zéro ($e_0 = 0$). La solution électrolytique étant supposée électriquement neutre, on a

$$ce = \sum_0^n c_\nu e_\nu = \sum_1^n c_\nu e_\nu = 0 \qquad \left(c = \sum_0^n c_\nu \right) \tag{47}$$

et il n'y a pas de courant de convection.

Ici encore nous supposerons, pour simplifier, que le fluide est en équilibre d'ensemble ($\mathbf{A}' = 0$). Faisant abstraction, d'ailleurs, du champ gravifique et du champ magnétique, on a simplement

$$\mathbf{f}' = -\frac{s}{T} \operatorname{grad} T, \qquad \text{avec} \quad cs = \sum_0^n c_\nu s_\nu. \tag{48}$$

A chaque constituant correspond un flux électrique d'intensité

$$\mathbf{i}_\nu = c_\nu e_\nu \mathbf{v}_\nu = \alpha c_\nu e_\nu \mathbf{A}'_\nu = \alpha c_\nu e_\nu\left(e_\nu \mathbf{h}_a - \frac{s_\nu}{T}\,\mathrm{grad}\,T - \mathrm{grad}_T G'_\nu\right); \qquad (49)$$

ou bien

$$\mathbf{i}_\nu = \gamma_\nu \mathbf{h}_\nu, \qquad \text{avec} \quad \gamma_\nu = \frac{1}{r_\nu} = \alpha c_\nu e_\nu^2 \qquad (49')$$

et

$$\mathbf{h}_\nu = \mathbf{h}_a + \mathfrak{S}_\nu\,\mathrm{grad}\,T + \sum_0^n \xi_{\nu\mu}\,\mathrm{grad}\,c_\mu, \qquad (50)$$

où

$$\mathfrak{S}_\nu = -\frac{1}{e_\nu}\frac{s_\nu}{T} \qquad \text{et} \qquad \xi_{\nu\mu} = -\frac{1}{e_\nu}\frac{\partial G'_\nu}{\partial c_\mu}. \qquad (50')$$

Mais il est clair, qu'il ne correspond pas de f.é.m. $\mathbf{h}_0$ au solvant, dont l'intensité de flux est

$$\mathbf{m}_0 = c_0\mathbf{v}_0 = \alpha c_0 \mathbf{A}'_0 = \alpha c_0\left(-\frac{s_0}{T}\,\mathrm{grad}\,T - \sum_0^n \frac{\partial G'_0}{\partial c_\nu}\,\mathrm{grad}\,c_\nu\right). \qquad (51)$$

C'est pourquoi je n'ai pas compris le solvant parmi les ions en nombre *n*.

L'intensité du courant résultant est

$$\mathbf{i} = \sum \mathbf{i}_\nu = \sum c_\nu e_\nu \mathbf{v}_\nu = \gamma \mathbf{h}, \qquad (52)$$

avec

$$\gamma = \frac{1}{r} = \sum \gamma_\nu = \sum \frac{1}{r_\nu} = \alpha \sum c_\nu e_\nu^2 \quad \text{et} \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}_a + \mathfrak{S}\,\mathrm{grad}\,T + \mathbf{h}_l. \qquad (52')$$

Introduisant les nombres de transport

$$z_\nu = \frac{\gamma_\nu}{\gamma} = \alpha c_\nu e_\nu^2 r \qquad \left(\sum z_\nu = 1\right), \qquad (53)$$

on a

$$\mathfrak{S} = \sum z_\nu \mathfrak{S}_\nu = -\sum \frac{z_\nu}{e_\nu}\frac{s_\nu}{T} \quad \text{et} \quad \mathbf{h}_l = \sum z_\nu \mathbf{h}_{l\nu} = -\sum \frac{z_\nu}{e_\nu}\,\mathrm{grad}_T G'_\nu. \qquad (54)$$

On peut écrire, d'ailleurs,

$$\mathbf{i}_\nu = z_\nu \mathbf{i} + e_\nu \omega_\nu, \qquad (55)$$

où les flux

$$\omega_\nu = \frac{\gamma_\nu}{e_\nu}(\mathbf{h}_\nu - \mathbf{h}) = \frac{z_\nu}{re_\nu}\{(\mathfrak{S}_\nu - \mathfrak{S})\,\mathrm{grad}\,T + (\mathbf{h}_{l\nu} - \mathbf{h}_l)\} \qquad (55')$$

sont tels que

$$\sum e_\nu \omega_\nu = 0; \qquad (56)$$

de sorte qu'ils ne contribuent pas au courant total.

Remarquons encore que l'on peut écrire

$$\omega_\nu = \frac{z_\nu}{re_\nu}(\mathfrak{S}_\nu - \mathfrak{S})\,\mathrm{grad}\,T + \sum_\mu \zeta_{\nu\mu}\,\mathrm{grad}_T G'_\mu, \qquad (57)$$

avec

$$\zeta_{\nu\nu} = \frac{z_\nu}{re_\nu^2}(z_\nu - 1) \qquad \text{et} \qquad \zeta_{\nu\mu} = \frac{1}{r}\frac{z_\nu z_\mu}{e_\nu e_\mu} = \zeta_{\mu\nu}. \qquad (57')$$

11. **Effets calorifiques.** — L'état étant supposé stationnaire, l'énergie dissipée par les flux matériels est

$$\varepsilon_m = \sum_0^n c_\nu(\mathbf{v}_\nu \cdot \mathbf{A}'_\nu) = \sum_1^n \frac{1}{e_\nu}(\mathbf{i}_\nu \cdot \mathbf{A}'_\nu) + (\mathbf{m}_0 \cdot \mathbf{A}'_0), \qquad (58)$$

ce qu'on peut écrire

$$\varepsilon_m = \sum_1^n r_\nu i_\nu^2 + \frac{m_0^2}{\alpha c_0}. \qquad (58')$$

Remplaçant les i_ν par leurs expressions (55), on obtient, eu égard à (56),

$$\varepsilon_m = ri^2 + \sum_1^n \frac{\omega_\nu^2}{\alpha c_\nu} + \frac{m_0^2}{\alpha c_0}. \qquad (59)$$

Appliquant maintenant l'équation (39) généralisée, on trouve comme expression des effets calorifiques

$$Q = T\sum_0^n c_\nu(\mathbf{v}_\nu \cdot \mathrm{grad}\,S'_\nu) - \varepsilon_m = \sum_1^n \tau_\nu(\mathbf{i}_\nu \cdot \mathrm{grad}\,T) + T\sum_1^n \frac{1}{e_\nu}(\mathbf{i}_\nu \cdot \mathrm{grad}_T S'_\nu) + Tc_0(\mathbf{v}_0 \cdot \mathrm{grad}\,S'_0) - \varepsilon_m, \qquad (60)$$

ou bien

$$Q = \sum_1^n \tau_\nu(\mathbf{i}_\nu \cdot \mathrm{grad}\,T) + \sum_{\nu=1}^n \sum_{\mu=0}^n \pi_{\nu\mu}(\mathbf{i}_\nu \cdot \mathrm{grad}\,c_\mu) + Tc_0(\mathbf{v}_0 \cdot \mathrm{grad}\,S'_0) = \varepsilon_m, \qquad (61)$$

où

$$\tau_\nu = \frac{T}{e_\nu}\frac{\partial S'_\nu}{\partial T} \qquad \text{et} \qquad \pi_{\nu\mu} = \frac{T}{e_\nu}\frac{\partial S'_\nu}{\partial c_\mu}. \qquad (61')$$

On voit que, comme généralisation de (46), on a

$$\frac{\pi_{\nu\mu}}{T} = \frac{\partial \xi_{\nu\mu}}{\partial T}. \qquad (62)$$

12. **Éléments de concentration.** — Un élément de concentration est un système composé de deux réservoirs, contenant des solutions électrolytiques semblables, mais inégalement concentrées, et reliées par un canal. A travers celui-ci s'opère une diffusion, généralement accompagnée d'un courant électrique, sous l'action des forces $\mathbf{A}'_\nu$ (§ 9).

A température uniforme, l'intensité du courant peut être annulée, d'après l'équation (52), par l'application d'une f.é.m.

$$\mathbf{h}_a = -\operatorname{grad} V_a = -\mathbf{h}_i = \sum \frac{z_\nu}{e_\nu} \operatorname{grad}_T G'_\nu, \quad (63)$$

obtenue en établissant entre les deux réservoirs une différence de potentiel électrostatique au moyen d'électrodes reliées à un compensateur. D'ailleurs, en circuit ouvert, cette différence de potentiel s'établit d'elle-même. Représentant par $\bar{z}_\nu$ des valeurs moyennes des nombres de transport dans le canal de communication, on peut mettre la différence de potentiel entre les deux réservoirs sous la forme

$$V_2 - V_1 = \sum \frac{\bar{z}_\nu}{e_\nu} (G'_{\nu 1} - G'_{\nu 2}); \quad (64)$$

ce qui est, comme on voit, une généralisation de (37).

Dans ces conditions, évidemment, les flux individuels des diverses espèces d'ions ne sont pas nuls; il reste notamment [*voir* équation (55)] des flux de diffusion d'intensités ω_ν.

Au cas où les solutions dans les réservoirs ont même composition, une différence de température produit également dans le canal de communication un effet différentiel

$$\mathbf{h}_a = -\mathfrak{S} \operatorname{grad} T. \quad (65)$$

Il en résulte une différence de potentiel intégrale

$$V_2 - V_1 = \bar{\mathfrak{S}}(T_2 - T_1). \quad (66)$$

D'ailleurs, puisqu'il y a équilibre d'ensemble, le manque d'uniformité de la température donne lieu à une différence de pression entre les deux réservoirs. Puisque

$$\mathbf{A}' = -s \operatorname{grad} \log T - v' \operatorname{grad} p = 0, \quad (67)$$

la différence de pression résultante peut être mise sous la forme

$$p_2 - p_1 = \left(\frac{\bar{s}}{v'}\right) \log \frac{T_1}{T_2}. \quad (68)$$

Il est clair que, si s était nul, il n'y aurait ni gradient de pression dans le canal, ni différence de pression entre les réservoirs.

13. **Saut de potentiel aux électrodes.** — Pour observer la différence de potentiel électrostatique entre les deux réservoirs, il faut plonger dans chacun d'eux une électrode. Comme telle, on prend généralement un conducteur (métallique ou autre) contenant en liberté des ions d'une espèce (d'indice k) présente dans les solutions électrolytiques. Mais la différence de potentiel entre les deux électrodes n'est pas la même qu'entre les deux solutions, parce qu'au contact des solutions et des électrodes il y a un saut de potentiel, ou plutôt une chute de potentiel très rapide, un champ électrique intense, dans une mince couche de contact.

Dans cette couche de contact, d'après la formule de Poisson

$$\varkappa \operatorname{div} \mathbf{h} = 4\pi c e, \quad (69)$$

les solutions ne sont pas électriquement neutres. D'ailleurs, en vertu de cette même formule, la solution n'est pas davantage exactement neutre dans le canal de communication entre les deux réservoirs; seulement, vu la faiblesse relative du champ électrique dans ce canal, la charge électrique spatiale y est négligeable. Il n'en est plus de même dans les couches de contact; là, les concentrations des ions varient très rapidement avec la distance à l'électrode, et il en est de même de leurs potentiels G'_ν.

En circuit ouvert, l'équilibre électrique étant établi, on a pour chacune des n espèces d'ions $i_\nu = 0$ et, par conséquent,

$$\mathbf{A}'_\nu = -e_\nu \operatorname{grad} V_a - \operatorname{grad}_{Tp} G'_\nu = 0; \quad (70)$$

ce qui veut dire, que pour chacune des espèces d'ions le potentiel électrothermique

$$G'_\nu + e_\nu V_a \quad (70')$$

reste constant à travers toute la couche de contact. On peut en conclure, que la variation de G'_ν avec la distance à l'électrode est de signe contraire pour les anions et les cations; et il en est de même, sans doute, des concentrations.

A chaque espèce d'électrode plongeant dans une solution électrolytique donnée, correspond un saut de potentiel déterminé, dépendant évidemment de la nature de la solution et des facteurs d'état physique T et p. L'électrode contient notamment à l'état libre une des espèces d'ions de la solution (celle d'indice k), et il est à supposer que tout contre l'électrode cette espèce d'ions ait une concentration c_{ke} telle, que son potentiel thermique G'_{ke} y soit exactement le même que celui des ions libres dans l'électrode. Celle-ci peut être aussi bien une électrode à anions qu'une électrode à cations.

On a donc entre l'électrode et la solution une différence de potentiel électrostatique

$$V_{ae} - V_{as} = \frac{1}{e_k} (G'_{ks} - G'_{ke}). \quad (71)$$

Et pour chacune des autres espèces d'ions on a

$$G'_{\nu s} - G'_{\nu e} = e_\nu (V_{ae} - V_{as}), \quad (72)$$

ce qui détermine pour chacune d'elles le potentiel thermique G'_{ke} au contact immédiat de l'électrode.

De même que l'effet Volta au contact de deux métaux, auquel il est comparable, le saut de potentiel électrostatique au contact d'une électrode et la solution électrolytique dans laquelle elle est plongée, est indépendante de l'existence éventuelle d'un

courant électrique. Dans la couche de contact ce courant consiste uniquement en un flux des ions d'indice k.

On remarquera, qu'en faisant la somme des équations (70) après division par e_ν et multiplication par z_ν, on retrouve l'équation (63).

Manuscrit reçu le 15 mars 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] VERSCHAFFELT J. E. — La thermomécanique des phénomènes de transport. *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 93-98.
[2] VERSCHAFFELT J. E. — Théorie des phénomènes de transport basée sur le principe de superposition. *Physica*, 1952, **18**, 43-62.
[3] VERSCHAFFELT J. E. — Sur la force thermique. *Bull. Acad. Roy. Belg.*, Cl d. Sc., (5), 1954, **40**, 98-102.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 15, NOVEMBRE 1954, PAGE 749

STRUCTURE HYPERFINE D'UNE RAIE INFRAROUGE DU MERCURE

Par J. BLAISE, R. CHABBAL et P. JACQUINOT,
Laboratoire Aimé Cotton, C.N.R.S., Bellevue.

Sommaire. — Un spectromètre photoélectrique Fabry-Pérot a été construit permettant l'enregistrement direct de la structure hyperfine de raies d'émission infrarouge avec une limite de résolution de l'ordre du 1/100e de kayser (¹). Il a permis de résoudre la structure de la raie λ 15 295 ($7s\,^3S_1 — 5d^9\,6s^2\,6p^3\,P_2^0$) de Hg I. Les isotopes pairs sont très bien séparés. Les résultats sont les suivants : 1° déplacement isotopique Δν (200-202) = 143,1 mK; 2° déplacements isotopiques relatifs : (198) : —0,897; (199) : — 0,806; (200) : 0; (201) : 0,30; (202) : 1 ; (204) : 2,0; 3° séparations du terme $d^9s^2p\,^3P_2^0$: Δν (199) = 300 mK et Δν (201) = — 332 mK.

Il peut être intéressant d'étendre à l'infrarouge les études de structure hyperfine limitées jusqu'ici aux régions visible ou ultraviolette : en effet les écarts, mesurés en kayser (¹), sont indépendants de la région spectrale tandis que la largeur Döppler, mesurée aussi en kayser, est inversement proportionnelle à λ; on peut donc espérer étudier, grâce aux raies infrarouges, des niveaux que la largeur Döppler des raies interdit de résoudre dans les transitions visibles. D'autre part certains niveaux ne donnent lieu qu'à des raies de longueur d'onde supérieure au micron : c'est le cas en particulier du niveau étudié dans cet article.

L'interféromètre Fabry-Perot est capable de résoudre ces structures hyperfines à condition de l'associer non plus à une plaque photographique, mais à une cellule. C'est ce que réalise le spectromètre photoélectrique Fabry-Perot mis au point dans ce laboratoire pour la région visible. Nous avons construit pour l'infrarouge un appareil du même type : le principe et les conditions d'utilisation restent identiques; ils ont été décrits par ailleurs [1]. Ici, le monochromateur auxiliaire est à miroirs, équipé d'un réseau utilisé en montage de Pfund, le récepteur est une cellule au SPb refroidie. Les lames de l'étalon sont recouvertes d'un système de cinq couches SZn ↔ cryolithe, alternées, d'épaisseur optique $\frac{16\,000}{4}$ Å. Les pouvoirs réflecteur et de transmission mesurés à 16 000 Å sont respectivement 90 et 8 pour 100, ce qui donne 30 comme finesse réflectrice et 0,6 comme transparence τ_A.

Nous avons appliqué cet appareil à l'étude de la structure hyperfine de la raie λ 15 295 du spectre d'arc du mercure. Cette raie a été découverte par Paschen en 1909 et ce n'est qu'en 1931 que Shenstone [2] a pu proposer sa classification : $5d^{10}6s7s\,^3S_1—5d\,6s^26p\,^3P_2^0$. Si la structure du terme $7s\,^3S_1$ est une des mieux connues de la spectroscopie à haute résolution, il n'en est pas de même de celle du terme complexe $^3P_2^0$ qui n'intervient que dans des transitions infrarouges. La théorie de l'effet de volume permet de prévoir pour ce terme un grand déplacement isotopique par suite de la présence de deux électrons s. Il faut donc s'attendre à une structure compliquée puisque, outre les quatre isotopes pairs, nous devons avoir pour une transition $J = 2 \to J = 1$, trois composantes pour l'isotope 199 $\left(\text{spin} = \frac{1}{2}\right)$ et huit composantes pour l'isotope 201 $\left(I = \frac{3}{2}\right)$.

(¹) Suivant les recommandations de la Joint Commission for Spectroscopy, nous utiliserons comme unité de nombre d'onde le kayser (1 K = 1 cm⁻¹).

Source. — La source employée était une lampe Cooper-Hewitt, basse pression, fonctionnant sous

l'intensité minima (3,2 A) compatible avec la stabilité de la lampe.

Résultats expérimentaux. — Les mesures ont été effectuées avec des épaisseurs d'étalon de 3,97 mm (*fig.* 1) et 5,35 mm (*fig.* 2) correspondant respectivement à des intervalles entre ordres de 1259,4 mK et 934,6 mK. La figure 3 représente à la même échelle l'interprétation de la structure de la raie et nécessite quelques explications.

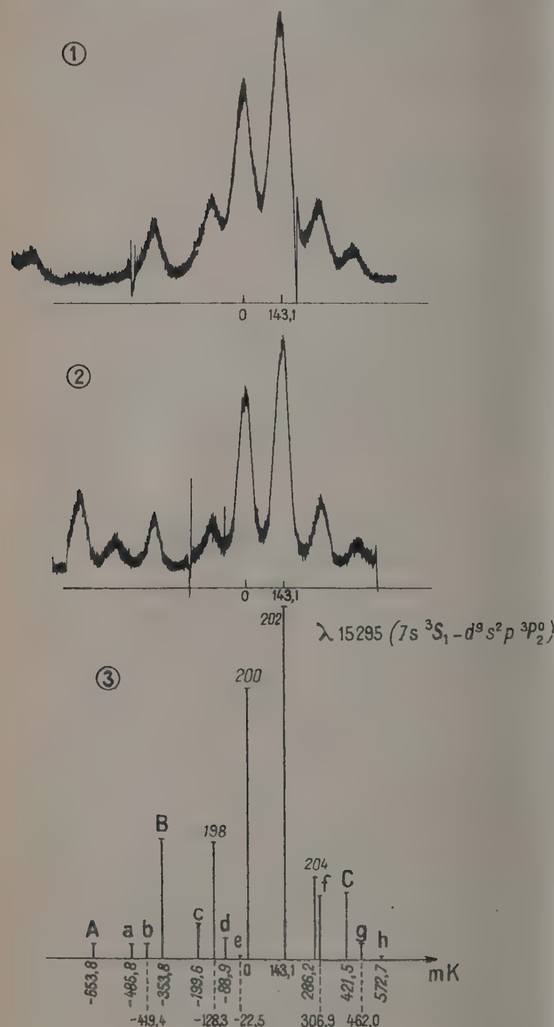


Fig. 1, 2, 3.

D'après Nier [3], les abondances relatives des isotopes du mercure sont les suivantes :

TABLEAU I.

Isotopes....	196	198	199	200	201	202	204
Abondances relatives...	0,146	10,20	16,84	23,13	13,22	24,80	6,85

Pour des raisons d'intensité, les deux composantes les plus fortes, distantes de 143 mK, doivent être attribuées aux isotopes 202 et 200.

Suivant la convention de la *Table des structures hyperfines des termes et raies atomiques* de Brix et Kopfermann [4], nous avons pris comme origine la composante de l'isotope 200. La composante (—128,3 mK) doit être attribuée à l'isotope 198. Par contre, la composante (+ 289) dont la position correspond sensiblement à celle prévue pour l'isotope 204 est deux fois trop intense; elle est donc superposée à une composante d'un isotope impair. L'isotope 196 est trop faible pour être observé.

Nous avons calculé les intensités des composantes des deux isotopes impairs à l'aide des intensités relatives indiquées par Schüler et Keyston [5].

TABLEAU II.

Transition $J = 2 \rightarrow 1$.

^{199}Hg : $I = \frac{1}{2}$.

F.	Intensité relative.	Intensité absolue.	Notation.
$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ ...	5	5,61	*C*
$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ ...	1	1,12	*A*
$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ ...	9	10,11	*B*
		16,84	

^{201}Hg : $I = \frac{3}{2}$.

F.	Intensité relative.	Intensité absolue.	Notation.
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ ...	5	1,10	*b*
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ ...	1	0,22	*e*
$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$ ...	5	1,10	*a*
$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ ...	6,4	1,41	*d*
$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{5}{2}$ ...	0,6	0,13	*h*
$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$ ...	12,6	2,78	*c*
$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{5}{2}$ ...	5,4	1,19	*g*
$\frac{7}{2} \rightarrow \frac{5}{2}$ ...	24	5,29	*f*
		13,22	

La structure hyperfine du terme $7s\ ^3S_1$ a été mesurée par de nombreux auteurs et redéterminée récemment dans ce laboratoire [6] à partir des raies λ 4 047 et λ 4 358. Les résultats sont les suivants :

TABLEAU III.

199. Δν.	199. A.	201. Δν.	201. A.	201. B.	Déplacement isotopique (200—202).	$\frac{A^{201}}{A^{199}}$.
1075,3 ±1,0	716,9	—1058,5 ±1,0 (—661,6 —396,9)	—264,6	0	+30	—0,36 ±0,00

On voit qu'en raison de la symétrie sphérique du terme $^3S_1$, il n'y a pas de déviation de la règle d'intervalle pour l'isotope 201, bien qu'il possède un

moment quadripolaire égal à $0,5.10^{-24}$ cm² [8]. Comme l'ont indiqué Schüler et Schmidt, ce terme permet donc le calcul très exact du rapport des facteurs d'intervalle A des deux isotopes et par suite celui de leurs moments magnétiques.

Si les trois composantes de ^{199}Hg sont visibles sur la figure 1 (sur la figure 2, A est masquée par ^{204}Hg par suite de la superposition des ordres d'interférence), aucune composante de ^{201}Hg n'est résolue.

Une fois mesurée la séparation du terme complexe pour l'isotope 199 : (300 ± 2 mK), nous en avons déduit celle de l'isotope 201 en supposant que le rapport des facteurs d'intervalle était le même que pour le terme $^3S_1$, ce qui revient à négliger le facteur de couplage quadripolaire de ce terme. La figure 4 donne les schémas de niveaux qui ont permis de calculer la structure de la figure 3.

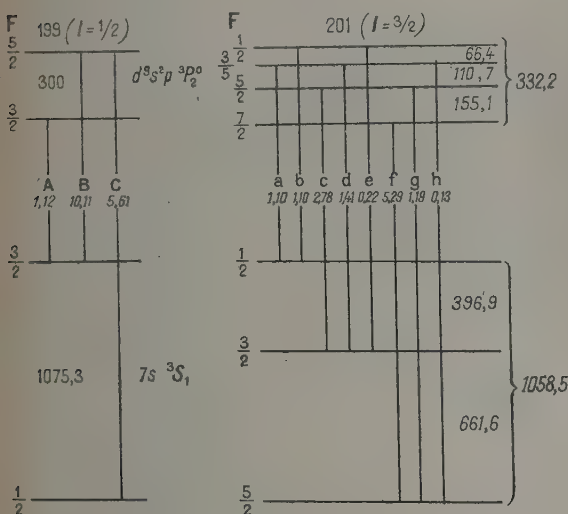


Fig. 4.

Déplacements isotopiques relatifs dans la raie λ 15 295. — Les positions des centres de gravité des isotopes impairs sont : —115,4 mK pour ^{199}Hg et + 42,9 mK pour ^{201}Hg. En prenant comme unité le déplacement isotopique (200-202), nous avons calculé les déplacements relatifs des autres isotopes et les avons comparé aux déplacements relatifs moyens calculés par Brix et Kopfermann [4] à partir des raies λ 2 536,5 et λ 6 072,6 de Hg I et λ 2 814,9 et λ 3 984,0 de Hg II et à ceux calculés par Murakawa et Suwa [9] à partir des raies λ 4 047, 4 078, 4 358, 6 072 et 6 123 de Hg I et λ 3 984 de Hg II.

Tableau IV.

		198.	199.	200.	201.	202.	204.
Déplacements (mK)	B. C. J.	−128,3	−115,4	0	42,9	143,1	286,2
Déplacements relatifs	B. C. J.	−0,897	−0,806	0	0,30	1	2,0
	B. K.	−0,94	−0,80	0	0,30	1	1,98
	M. S.	−0,86		0		1	2,007

Déplacement isotopique du terme $d^9s^2p\ ^3P_2^0$. — Il suffit de calculer le déplacement isotopique (200-202). Suivant la convention de Brix et Kopfermann qui consiste à supposer nuls les déplacements isotopiques des termes $6s\,6p\ ^3P$, le déplacement du terme $^3S_1$ étant de + 30 mK, celui du terme complexe sera de 173,1 mK.

Fowles [10] vient de publier des mesures photographiques de déplacements isotopiques effectuées à l'aide d'isotopes enrichis sur les trois raies λ 8195 ($d^9s^2p\ ^3P_2^0$—$9d\ ^3D_3$), λ 9243 ($d^9\ s^2\ p\ ^3P_2^0$ — $8d\ ^3D_3$) (²) et λ 11287 ($7s\ ^3S_1$—$7p\ ^3P_2^0$) et attribue au terme $d^9\ s^2p\ ^3P_2^0$ un déplacement de 140 mK, rapporté à la même origine que nous. Pour rétablir l'accord, il faudrait attribuer aux termes $8d\ ^3D_3$ et $9d\ ^3D_3$ un déplacement isotopique de 33 mK, ce qui est très plausible. Fowles signale également une perturbation entre le terme $d^9s^2p\ ^3P_2^0$ = 68 886,60 K et le terme $6s^9\ 7p\ ^3P_2^0$ = 71207,51 K [11] : cela expliquerait que le déplacement isotopique du terme $d^9s^2p\ ^3P_2^0$ soit nettement inférieur à celui d'un autre terme de la même configuration électronique, $d^9s^2p\ ^1D_2$: d'après la mesure de Murakawa et Suwa [9] sur la raie λ 6123, le déplacement isotopique de ce dernier terme est de 239,4 mK et a la plus grande valeur qui ait été trouvée jusqu'ici dans le spectre d'arc du mercure.

En résumé, la structure hyperfine du terme $d^9s^2p\ ^3P_2^0$ est la suivante :

Tableau V.

199.		201.			Déplacement isotopique
Δν.	*A*.	Δν.	*A*.	*B*.	(200 — 202).
300 ± 2	120	~ — 332	—44,3	?	173,1

Nous tenons à remercier M. le Professeur P. Barchewitz de l'aide précieuse qu'il nous a apportée pour la technique et le matériel infrarouge.

(²) Fowles attribue ces raies respectivement aux transitions ($^3P_2^0$ — $8d\ ^3D_3$) et ($^3P_2^0$ — $7d\ ^3D_3$).

Manuscrit reçu le 15 mars 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Jacquinot P. et Dufour Ch. — *Journal des Recherches du C.N.R.S.*, n° **6**, 1948, 91.

Brochard J., Chabbal R., Chantrel H. et Jacquinot P. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 433.

Chabbal R. — *Journal des Recherches du C.N.R.S.* n° **24**, 1953, 138.
[2] Shenstone A. G. — *Phys. Rev.*, 1931, **38**, 873.
[3] Nier A. O. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 450.
[4] Brix P. et Kopfermann H. — Landolt-Börnstein, I/5, 6e édit., Springer-Verlag, 1952.
[5] Schuler H. et Keyston J. E. — *Z. Phys.*, 1931, **72**, 423.
[6] Blaise J. et Chantrel H. — A paraître dans cette revue.
[7] Schuler H. et Jones E. G. — *Z. Phys.*, 1932, **74**, 631.
[8] Schuler H. et Schmidt Th. — *Z. Phys.*, 1935, **98**, 239.
[9] Murakawa K. et Suwa S. — *J. Phys. Soc. Japan*, 1950, **5**, 429.
[10] Fowles G. R. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1954, **44**, 85.
[11] Humphreys C. J. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1953, **43**, 1072.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 15, NOVEMBRE 1954, PAGE 752.

SUR LA REPRÉSENTATION FONCTIONNELLE DES CORPUSCULES

Par Mme F. AESCHLIMANN,
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — On montre que dans une théorie meilleure que la mécanique ondulatoire usuelle, un corpuscule doit être caractérisé physiquement par une fonction de point et du temps $u(P, T)$, et géométriquement par un point M dépendant de cette fonction u. A cette représentation fonctionnelle du corpuscule, on est conduit à associer un fluide en mouvement irrotationnel; on examine sommairement quelques-unes des propriétés de ce fluide. Au point de vue intuitif, un corpuscule apparaît ainsi comme un globule de fluide.

1. Système constitué par un corpuscule. — Dans un Mémoire précédent [1], nous avons montré qu'à partir de la notion même de corpuscule, on était conduit à associer au corpuscule une représentation fonctionnelle. Géométriquement, on représentera un corpuscule par un point, en tant qu'élément insécable. Mais si l'on veut décrire un corpuscule d'une manière physique, cette représentation peut se montrer insuffisante. En effet, on admet en physique que toutes les parties de l'univers sont solidaires, que le mouvement d'une partie réagit sur le tout. Mais en pratique, avec une bonne approximation dans certains cas, on peut distinguer dans l'univers des parties que l'on peut étudier indépendamment du reste de l'univers pendant un certain intervalle de temps; de telles parties sont appelées *systèmes physiques*. Il peut arriver qu'un corpuscule, c'est-à-dire une partie insécable au moyen des procédés de morcellements pris en considération, puisse être considéré pendant un certain intervalle de temps indépendamment du reste de l'univers. Dans ces conditions, on pourra le traiter comme un corpuscule libre obéissant aux lois de la mécanique ondulatoire. Une telle étude n'est évidemment qu'approximative.

Dans une seconde approximation ayant déjà un domaine d'adéquation plus étendu, on tient compte de l'effet du reste de l'univers sur le système étudié au moyen d'une interaction globale s'exprimant par un champ, et l'on néglige d'une part la réaction du système sur le reste de l'univers (ou environnement ou partie non spécifiée), et d'autre part les interactions individuelles de chaque élément de la partie non spécifiée sur les éléments de la partie spécifiée qu'on remplace par une interaction moyenne globale dite *champ extérieur*. Ce procédé peut s'appliquer en particulier au cas où le système étudié (partie spécifiée) est constitué par un seul corpuscule. Une telle approximation cesse d'être adéquate au delà d'un certain degré de précision. Pour obtenir une approximation meilleure, on considère un autre système contenant le précédent comme partie et que l'on traite à son tour suivant l'une ou l'autre des deux méthodes envisagées, ce qui revient à agrandir la partie spécifiée.

Dans la seconde approximation, le champ extérieur est une fonction de point et du temps, soit $F(P, t)$ (scalaire, vecteur, ou tenseur), d'où, au moyen de certaines opérations on dérive des forces agissant sur chacun des éléments du système étudié.

Par cet isolement des parties dans l'univers, on crée une situation qui n'est pas la situation réelle; on cherche alors à rétablir la liaison entre le système et le reste de l'univers au moyen d'actions extérieures qui s'expriment en définitive par des forces. Si, en particulier, notre système est un corpuscule unique, il se décrira comme un corpuscule ponctuel (parce qu'insécable) obéissant aux lois de la mécanique ondulatoire et soumis à des actions extérieures. Un tel processus ne décrit pas la situation réelle d'une façon complète; il faudrait traiter l'univers à la fois dans son ensemble et en spécifiant ses parties. Même si l'on tient compte d'une réaction du corpuscule sur le champ, on ne décrit pas complètement la situation réelle, car le champ ne décrit pas les actions individuelles de tous les éléments

de l'univers. C'est le cas même si l'on adopte un processus de géométrisation analogue à celui de la relativité générale.

2. **Représentation fonctionnelle d'un corpuscule.** — On peut alors se demander s'il n'y aurait pas, pour décrire les effets de l'extérieur sur un système, un autre processus que celui des champs de force permettant de parvenir à une meilleure approximation. Or le mouvement d'un système dans toutes les théories existantes n'est conditionné que par ses caractéristiques propres et par les actions auxquelles il est soumis. Si donc nous voulons remédier à l'artificiel que constitue un découpage d'une partie de l'univers (système physique, partie spécifiée) d'une façon qui dépasse la méthode du champ extérieur, il faut que l'extérieur (environnement, partie non spécifiée) agisse non seulement sur les actions auxquelles le système est soumis, mais encore sur les caractéristiques propres au système considéré. De ce fait, un corpuscule ne peut pas être représenté uniquement par un point géométrique car une telle caractérisation n'est pas modifiable par l'extérieur. Il faut donc une représentation autre qu'une représentation ponctuelle. Le corpuscule ne peut pas non plus être caractérisé par une figure géométrique dépendant d'un nombre fini de paramètres, par exemple une sphère ou un ellipsoïde, car on se trouve dans des conditions semblables à celles de la représentation ponctuelle. Pour être influençable dans ses propres caractéristiques, le corpuscule doit nécessairement se trouver déterminé par une infinité d'éléments. Mais en vertu du principe de limitation [1], cette infinité a la puissance du dénombrable. Or une telle caractérisation est équivalente à celle d'une fonction appartenant à un espace fonctionnel séparable.

On est ainsi conduit à admettre que dans une troisième approximation, un corpuscule sera représenté par une fonction complexe que nous désignerons par u; on est amené de plus, à admettre que cette fonction u dépend d'un point de l'espace-temps [1], c'est-à-dire que dans un système de référence lié à un certain observateur, elle prend la forme $u(P, T)$. C'est cette fonction u qui constituera la représentation fonctionnelle d'un corpuscule. La présence de l'extérieur influence la forme de la fonction u. Par exemple, la présence d'un corps solide supposé impénétrable se traduira par une condition aux limites de ce corps pour la fonction u. On dispose donc ainsi d'un processus plus fin venant compléter la méthode du champ extérieur pour tenir compte de la présence du reste de l'univers.

D'autre part, un corpuscule a des caractéristiques internes (d'ailleurs communes à tous les corpuscules de même espèce), notamment son spin et son spin isotopique. Ces caractéristiques doivent être contenues dans la fonction $u\ (P, T)$. Leur explicitation conduit à décomposer u en un ensemble fini de fonctions $u_i\ (P, T)$ correspondant aux diverses caractéristiques internes. L'ensemble des $u_i\ (P, T)$, que nous désignerons par $u(P, T)$, constitue un élément géometrique de variance définie (spiuenr ou tenseur); par exemple pour un électron dont on tient compte du spin, on aura quatre fonctions $u_i\ (P, T)$ constituant un spineur. La mise en évidence d'un nouveau caractère interne d'un corpuscule décompose les u_i en des u_γ, leur ensemble restant toujours fini.

Cette représentation fonctionnelle ne supprime pas la représentation géométrique par un point qui résulte de l'insécabilité du corpuscule par rapport aux processus de morcellement pris en considération dans la théorie (représentation qui suffit à elle seule en première approximation). Le point M figurant le corpuscule doit alors être une fonctionnelle de u puisque, par hypothèse, u contient la description de tous les caractères du corpuscule, soit

$$M = F[u]. \qquad (1)$$

Nous désignerons cette fonctionnelle F par **sing**

$$M = \mathbf{sing}\, u. \qquad (1')$$

Nous désignons ainsi une certaine relation fonctionnelle qui à une fonction $u\ (P, T)$ déterminée appartenant à l'ensemble E des fonctions u susceptibles de représenter un corpuscule fait correspondre un point M déterminé.

3. **Fluide associé au corpuscule.** — La représentation d'un corpuscule par une fonction $u\ (P, T)$ n'est pas assez intuitive pour être aisément utilisable; il faut associer à cette fonction d'autres fonctions auxquelles on pourra faire correspondre une représentation intuitive au moyen d'une interprétation de ces fonctions auxiliaires dans une théorie classique.

Dans le cas où nous considérons un corpuscule sans spin (soit corpuscule de spin zéro, soit corpuscule dont on néglige le spin), nous disposons pour le représenter d'une fonction complexe, c'est-à-dire de deux fonctions réelles. Du moment que le corpuscule n'est pas représenté par un point (le point M ne fournit qu'une représentation partielle) ni par une figure de forme définie (permettant de l'assimiler à un solide), une image mécanique du corpuscule ne peut être que celle d'un globule de fluide.

Si nous associons un fluide à la fonction u, il nous faut définir sa densité au moyen d'une fonction ρ positive ou nulle. A partir d'une fonction complexe, il y a une telle fonction qui lui est reliée d'une façon simple : c'est le carré du module de cette fonction.

Nous conviendrons donc d'associer à la fonction $u\ (P, T)$ représentant un corpuscule, un fluide dont la densité sera par définition

$$\rho(P, T) = |u(P, T)|^2. \qquad (2)$$

Ce fluide est tout à fait différent du fluide de probabilité de la mécanique ondulatoire qui ne décrit

que des possibilités de présence; c'est au contraire une description d'une réalité physique : le corpuscule, caractérisé par sa représentation fonctionnelle $u(P, T)$.

4. **Potentiel des vitesses du fluide.** — Une fonction complexe peut être définie par son module et son argument; ayant donné une interprétation hydrodynamique du module de u, il nous faut maintenant donner une interprétation de son argument qui devra caractériser un élément important du fluide associé. Or c'est la vitesse du fluide qui est l'un des éléments les plus importants. Nous disposons d'une seule fonction arg u; mais on peut caractériser les vitesses d'un fluide par une seule fonction lorsqu'il y a potentiel des vitesses et ceci conduit à poser que le fluide associé admet un potentiel des vitesses φ calculable à partir de arg u. Il est naturel de poser

$$\varphi(P, T) = \frac{1}{k} \arg u(P, T), \tag{3}$$

où k est une certaine constante et où arg signifie « argument imaginaire de ». Alors la vitesse du fluide en un point P à l'instant T est donnée par

$$\mathbf{v}(P, T) = \operatorname{grad} \varphi(P, T) = \frac{1}{k} \operatorname{grad} \arg u(P, T). \tag{4}$$

Les définitions (2) et (3) sont justifiées d'abord par le fait que l'on peut définir partiellement un fluide en fixant sa densité et son potentiel de vitesse. Ces deux fonctions peuvent être choisies indépendamment l'une de l'autre et arbitrairement (sous réserve que $\rho \geqq 0$); on est donc bien libre de prendre les formules (2) et (3) comme définitions de la densité et du potentiel des vitesses du fluide associé. Inversement, à une fonction sommable, positive ou nulle ρ et à une fonction continue φ, on peut associer une fonction u par

$$u = \sqrt{\rho}\, e^{ik\varphi}. \tag{5}$$

La correspondance entre fluide associé (caractérisé par sa densité ρ et son potentiel des vitesses φ) et représentation fonctionnelle du corpuscule u est donc bien biunivoque, la donnée de ρ et φ est équivalente à celle de u.

Cette méthode du fluide associé permet de rétablir des figurations classiques de mécanique des fluides pour traiter des questions de microphysique concernant les corpuscules en vue d'une théorie meilleure que la mécanique ondulatoire usuelle.

5. **Propriétés du fluide associé.** — 1° De (2) il résulte que la densité ρ du fluide associé varie avec le point P et avec l'époque T. Par suite, *le fluide associé au corpuscule est compressible*;

2° De (3) il résulte que *le mouvement du fluide associé est irrotationnel*;

3° De (3) il résulte encore qu'en général φ dépend du point P et de l'époque T; donc *le mouvement n'est pas permanent*;

4° A partir de la densité $\rho(P, T)$, si elle satisfait à certaines propriétés, on peut définir un *point moyen* qu'on peut identifier au point $M = \operatorname{sing} u$, *un ellipsoïde des moments quadratiques* caractérisant la répartition moyenne du fluide autour du point moyen M, et un *rayon moyen* de la masse fluide qui peut être identifié au rayon du corpuscule.

Nous avons associé un fluide à la fonction complexe $u(P, T)$ en fixant sa densité ρ et son potentiel des vitesses φ. Mais comme nous n'avons imposé à $u(P, T)$ aucune équation, nous ne pouvons déduire de u aucune équation pour notre fluide.

6. **Mesure sur un corpuscule.** — Si l'on effectue sur un corpuscule C une mesure au moyen d'un appareil $\mathfrak{A}$, cette mesure fournira une certaine connaissance sur le corpuscule C, c'est-à-dire sur la fonction $u(P, T)$ qui le représente et par suite sur le fluide associé. Mais puisqu'il s'agit d'un corpuscule microphysique, il existe des grandeurs non simultanément mesurables en droit, condition nécessaire d'une part pour qu'il y ait raccordement avec les relations d'incertitude de Heisenberg à l'approximation de la mécanique ondulatoire usuelle, d'autre part en vertu de cette condition plus générale que pour acquérir une connaissance sur un système microphysique, l'appareil de mesure joue un rôle essentiel inéliminable dans la description théorique. On ne peut donc jamais obtenir des connaissances suffisantes pour déterminer toutes les conditions initiales sur le fluide considéré à la manière classique.

Par contre, M. J. L. Destouches [2] a montré que dans de telles circonstances, on pouvait toujours construire une représentation objectiviste obéissant à des lois déterministes classiques pour décrire un système microphysique en cours d'observation dans un appareil $\mathfrak{A}$ fixé (c'est-à-dire en somme pour décrire une expérience réalisable par un physicien). De tout ceci il résulte que l'observation au moyen d'un appareil $\mathfrak{A}$ d'un corpuscule traité selon la représentation fonctionnelle peut être décrite selon les méthodes de la mécanique classique (avec des forces supplémentaires dites « quantiques » qu'on ne retrouverait pas à l'approximation classique du même problème). Comme nous avons associé un fluide à la représentation fonctionnelle du corpuscule, *la description objectiviste du corpuscule en train d'être mesuré au moyen d'un appareil $\mathfrak{A}$ devra se faire suivant les lois de la mécanique classique des fluides en mouvement irrotationnel.*

Ceci nous fournit les équations du mouvement d'un corpuscule à l'approximation non relativiste dans une description objectiviste; on aura en utilisant les variables d'Euler

$$(\mathbf{v}.\nabla).\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \tag{6}$$

où $\mathbf{v}$ désigne la vitesse et $(\mathbf{v}.\nabla)$ l'opérateur produit scalaire de $\mathbf{v}$ à gauche par ∇ :

$$\mathbf{v} = \text{grad}\,\varphi, \qquad \rho = |u|^2,$$

$\mathbf{F}$ est la force par unité de masse, p la pression. En projetant sur les axes de coordonnées on obtient trois équations scalaires. A ces équations d'Euler, nous devons encore adjoindre une équation de continuité; mais aucun des éléments introduits ici ne permet d'affirmer que ce fluide est conservatif. Il est possible qu'il se crée du fluide ou qu'il en disparaisse; on doit donc introduire un terme de source ou de puits, d'où

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\,\rho\mathbf{v} = \sigma, \tag{7}$$

σ désignant le terme dû aux sources et aux puits. Il nous faut encore ajouter l'équation complémentaire ou équation d'état :

$$f(p, \rho, \theta) = 0. \tag{8}$$

Les équations (6), (7), (8) seront les équations générales du fluide associé au corpuscule, donc les équations du mouvement du corpuscule à l'approximation fonctionnelle non-relativiste dans une représentation objectiviste.

La présence de l'appareil $\mathfrak{A}$ se traduit de deux façons :

1° Par des forces s'exerçant sur le corpuscule, c'est-à-dire sur les éléments du fluide associé : ceci constitue une partie des termes de forces, soit X_a, Y_a, Z_a les composantes et l'on aura

$$X = X_a + X_e, \tag{9}$$

et des formules semblables en Y et Z, où X_e désigne l'influence de l'environnement (l'extérieur du système formé par l'appareil et le corpuscule). Ces forces doivent être telles que le mouvement soit irrotationnel.

2° Par des conditions aux limites : on écrira que le corpuscule ne peut franchir certaines surfaces (parois de l'appareil), c'est-à-dire que les éléments du fluide associé ne peuvent franchir ces parois. C'est par ces conditions aux limites (conditions usuelles de la mécanique des fluides) que se décrit dans cette représentation objectiviste l'influence de l'environnement du corpuscule; cette influence dont la description nous a conduit à une représentation fonctionnelle du corpuscule ne peut être exprimée par des forces agissant sur le corpuscule.

En outre, dans le fluide associé, tout ce qui ne dépend intrinsèquement que du corpuscule doit être calculable à partir de la fonction u par des opérations analytiques.

7. **Équations pour la fonction** u. — On peut transformer l'équation (6) en y introduisant le vecteur tourbillon et tenant compte du fait que le mouvement est irrotationnel; en adoptant des notations vectorielles, cette équation (6) se transforme ainsi en

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\,\text{grad}\,(\mathbf{v})^2 = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\,p, \tag{10}$$

Cette équation peut encore se transformer en remplaçant $\mathbf{v}$ par son expression en fonction du potentiel des vitesses, soit

$$\text{grad}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\text{grad}\,\varphi)^2\right] = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\,p. \tag{11}$$

Finalement nous obtenons donc comme équations dans le cas le plus général : (11), (7), (8), soit en tout cinq équations scalaires pour déterminer les fonctions φ, ρ, p, et des conditions sur σ et F. En remplaçant φ et ρ par leur expression en fonction de u on obtient des équations en u; leur transcription est immédiate.

8. **Cas d'un fluide de Lagrange.** — Si l'on fait des hypothèses plus particulières sur le fluide associé, on peut encore transformer l'équation (11). Pour cela il nous faut d'abord supposer qu'il y a un potentiel des accélérations, c'est-à-dire que

$$\mathbf{F} = \text{grad}\,U. \tag{12}$$

Cette hypothèse n'est pas plus restrictive que celle que l'on fait en mécanique ondulatoire usuelle quand on suppose que les forces dérivent d'une fonction de forces. Nous supposerons ensuite que dans le fluide associé la température n'intervient pas c'est-à-dire que l'équation (8) est remplacée par

$$p = p(\rho) = p(|u|^2). \tag{13}$$

Cette hypothèse est naturelle, car le fluide associé au corpuscule doit être défini à partir de la fonction u, donc à partir de φ et ρ, ce qui conduit à ne pas faire intervenir une variable de température θ, d'où l'équation (13); en inversant cette équation (13), on en tirera ρ en fonction de p. Dans ces conditions

$$-\frac{1}{\rho}\,\text{grad}\,p.\text{d}M = -\frac{1}{\rho}\,\text{d}p.$$

Posons alors

$$A = U - \int\frac{\text{d}p}{\rho}. \tag{14}$$

Dans ces conditions, les deux membres de (11) sont sous le signe grad. On peut remonter des gradients aux potentiels et l'on aura

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\text{grad}\,\varphi)^2 = A. \tag{15}$$

Le mouvement du fluide associé se trouve défini, sous les hypothèses faites, par les équations (15), (7), (13).

Dans ce cas, à partir de ces équations nous pou-

vons parvenir à une équation unique pour u; en effet, (15) et (7) nous donnent les équations telles qu'au premier membre on peut mettre, d'une part la dérivée partielle par rapport au temps de φ et, d'autre part, celle de ρ. Or on a

$$\frac{\partial u}{\partial t} = e^{ik\varphi}\left(\frac{\partial |u|}{\partial t} + ik|u|\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right).$$

Remplaçons alors les quantités du deuxième membre de cette équation par leurs expressions tirées des équations (2), (7), (15); il vient, après quelques transformations,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = e^{ik\varphi}\left[\frac{\sigma}{2u} - \operatorname{grad}|u|.\operatorname{grad}\varphi - \frac{1}{2}|u|\Delta\varphi + ik|u|\left(A - \frac{1}{2}(\operatorname{grad}\varphi)^2\right)\right]. \quad (16)$$

Mais on vérifie immédiatement que

$$\Delta u = e^{ik\varphi}[\Delta|u| + ik|u|\Delta\varphi + 2ik\operatorname{grad}|u|.\operatorname{grad}\varphi - k^2|u|(\operatorname{grad}\varphi)^2].$$

Introduisons alors Δu dans l'équation (16), il vient

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{2ik}\left(\Delta u - u\frac{\Delta u}{|u|}\right) + \frac{\sigma}{2|u|^2}u + ikAu. \quad (17)$$

Nous obtenons ainsi l'équation qui règle l'évolution de la fonction $u(P, t)$ dans une représentation objectiviste. C'est une équation non linéaire.

9. Comparaison avec la théorie de la double solution. — Dans sa théorie de la double solution prise à l'approximation linéaire, M. Louis de Broglie [3] suppose que sa fonction $u(P, t)$ obéit à l'équation d'onde de la mécanique ondulatoire usuelle (solution avec singularité); on a donc

$$i\hbar\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta u - Vu. \quad (18)$$

On voit que l'on peut identifier l'équation (18) avec l'équation obtenue à partir de (17) en supprimant les termes non linéaires, et ceci va fixer la valeur de la constante k laissée jusqu'à maintenant indéterminée; on en tire immédiatement :

$$\frac{1}{k} = -\frac{\hbar}{m}, \qquad k = -\frac{m}{\hbar}; \quad (19)$$

$$U = -\frac{1}{m}V, \qquad V = -mU \quad (20)$$

et l'équation (17), compte tenu de (19) et (20), nous fixe les termes non linéaires d'une équation rigoureuse pour la fonction d'onde physique u de M. Louis de Broglie, soit

$$i\hbar\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta u - Vu + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta|u|}{|u|} - mu\int\frac{dp}{\rho} + \frac{i\hbar\sigma}{|u|^2}. \quad (21)$$

Ainsi à partir de considérations différentes, nous retrouvons les équations de la théorie de la double solution et obtenons une équation non linéaire pour régir la propagation de l'onde physique u.

10. Conclusion. — Dans la recherche d'une théorie meilleure que la mécanique ondulatoire usuelle, nous avons été conduit, en particulier pour décrire l'influence de l'environnement sur le corpuscule et pour éviter la coupure entre un corpuscule et le reste de l'univers, à introduire une représentation fonctionnelle d'un corpuscule au moyen d'une fonction $u(P, T)$. Nous avons associé un fluide à cette représentation fonctionnelle du corpuscule. Dans une description objectiviste d'un corpuscule en observation dans un appareil, nous avons été conduit à admettre que ce fluide obéissait aux équations classiques de l'hydrodynamique, ce qui vient préciser le mouvement du corpuscule. Dans l'hypothèse d'un fluide de Lagrange, on est conduit à une équation non linéaire pour la fonction u; l'approximation linéaire de cette équation peut être identifiée à l'équation d'onde linéaire utilisée par M. Louis de Broglie dans sa théorie de la double solution. On obtient ainsi une équation d'onde non linéaire pour la fonction u dans cette théorie.

Une représentation intuitive du corpuscule est fournie par un globule fluide (ce globule est tout différent du globule formé par un train d'onde en mécanique ondulatoire usuelle, globule qui va en se dissolvant, ce qui n'est pas le cas ici, les termes de sources, de pression et de forces étant convenablement choisis).

L'interaction entre corpuscules devient une interaction entre les éléments des fluides qui leur sont associés; ceci conduit à une théorie de champs non locaux du genre de celle de Yukawa [4]. Si le fluide vient à se concentrer en un point, on retrouve les théories quantiques usuelles.

Manuscrit reçu le 27 mars 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Aeschlimann F. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 600.
[2] Destouches J. L. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 354 et 385.
[3] de Broglie L. — *J. Physique Rad.*, 1927, **7**, 235; La Physique restera-t-elle indéterministe ? Gauthier-Villars, Paris, 1953.
[4] Yukawa H. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 219; 1950, **80**, 1047.

ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES COUCHES MINCES PHOTOSENSIBLES DE SULFURE DE CADMIUM

Par G. WLÉRICK et F. PRÉGERMAIN,

Laboratoire de Physique astronomique
de l'Observatoire de Paris.

Sommaire. — Pour reconnaître si les cellules au sulfure de cadmium étaient aptes à la photométrie des petits flux lumineux, nous avons été amenés à faire une étude générale et aussi complète que possible des propriétés physiques des couches de CdS.

Au cours de cette étude nous avons, d'une part retrouvé les effets spéciaux déjà signalés par certains auteurs, d'autre part trouvé des effets nouveaux. En raison même de ces diverses propriétés, les cellules au CdS semblent, dans leur état actuel tout au moins, peu aptes à la photométrie.

Introduction. — Parmi les substances photoconductrices, le sulfure de cadmium est l'une des plus sensibles. On entend par là d'une part que, pour un éclairement donné et une tension fixe, le rapport des courants à l'obscurité et en présence de lumière est très grand (supérieur à 10^6, par exemple), d'autre part que la conductibilité photoélectrique est relativement grande ce qui permet de le mesurer commodément.

Le sulfure de cadmium est sensible à la lumière visible. Lorsqu'il est pur, sa sensibilité est limitée au bleu-vert ($\lambda < 5100$ Å). On étend sa réponse vers les grandes longueurs d'onde par l'addition d'impuretés. Les impuretés efficaces sont celles qui servent d'activateurs pour rendre le CdS phosphorescent, par exemple l'argent et le cuivre. Avec ce dernier la longueur d'onde limite est $\lambda = 0,7\,\mu$ [1].

Il était tentant d'exploiter cette photosensibilité et de construire des cellules au sulfure de cadmium pour détecter la lumière. Plusieurs laboratoires ont réalisé de telles cellules. Celles-ci peuvent être employées de façons très différentes. Elles peuvent, par exemple, servir à détecter de grands flux lumineux et faire fonctionner un relais. Il s'agit alors d'un problème facile qui a déjà reçu de bonnes solutions avec d'autres cellules peu coûteuses.

A l'opposé on peut chercher à les utiliser pour mesurer de très faibles flux lumineux, le flux des étoiles par exemple; le présent travail a eu pour objet de déterminer à quel degré les cellules au CdS sont aptes à la photométrie dans ce domaine.

Les qualités exigées d'un photomètre sont les suivantes : être sensible, fidèle, avoir une réponse relativement rapide, ne pas présenter d'évolution au cours d'une mesure prolongée (fatigue). De plus, il est pratiquement indispensable que la réponse soit linéaire sinon on doit l'étalonner pour toutes les longueurs d'onde, et tous les flux.

Il est également commode que la réponse ne soit pas trop sensible à la variation de certains agents extérieurs tels que la température, sinon l'utilisation du récepteur devient moins facile (emploi d'un thermostat, etc.). Nous avons étudié les cellules au CdS sous ces différents rapports.

Préparation. — Les cellules consistent soit en un monocristal de CdS fabriqué généralement suivant la méthode décrite par Frerichs [2], soit en une couche mince évaporée sous vide [1], [3], [4], [5]. Nous présentons ici les résultats des mesures obtenues avec des cellules évaporées fabriquées au laboratoire [1]. Elles ont été activées avec du cuivre. Nous avons vérifié que les cellules d'autres provenances présentent des propriétés analogues.

Sauf spécification contraire, toutes les mesures sont relatives à une illumination en lumière rouge monochromatique $\lambda = 0,671\,\mu$.

Étude photométrique. — Cette étude s'est révélée expérimentalement difficile parce que de nombreux facteurs agissent simultanément. Il faut apporter un grand soin pour séparer leur action. Avant d'essayer de relier le courant photoélectrique à différents paramètres (température, flux lumineux, tension électrique), il faut savoir définir ce courant. Une définition simple est la valeur prise par ce courant à l'équilibre. On verra malheureusement que l'équilibre n'est atteint parfois qu'au bout d'un temps très long et qu'il se présente des cas où l'on ne semble pas évoluer vers un équilibre.

Influence de la température. — La conductibilité des semi-conducteurs tant à l'obscurité qu'en présence de lumière est, en général, très sensible à la température. Ceci se vérifie bien avec le sulfure de cadmium [6], [7]. On trouve que la variation du courant photoélectrique avec la température dépend fortement du mode de préparation de la couche, en particulier de la concentration de l'activateur [1]. Elle dépend aussi de la grandeur de

l'éclairement, ce qui implique, comme on le verra plus loin, que la relation flux-courant à température constante n'est pas linéaire.

Voici les résultats pour une cellule activée au cuivre : aux environs de 20° C, la variation est de :

1,5 pour 100 par degré pour un éclairement de l'ordre de 10^{-6} W/cm²;

0,5 pour 100 par degré pour un éclairement de l'ordre de 10^{-5} W/cm².

La nécessité de maintenir l'invariance de la température est donc certaine pour les mesures photométriques. On retrouve ici une condition analogue à celle que l'on rencontre avec les cellules au sulfure de plomb, dont l'emploi s'est fortement généralisé pour la spectrométrie dans le proche infrarouge, et qui doivent également être utilisées à température constante.

La majeure partie des mesures qui vont être décrites ont été faites dans une étuve dont la température était contrôlée à un degré près.

Évolution du courant photoélectrique au cours du temps. — On réalise l'expérience ainsi : on établit, au temps $t = 0$ la lumière et la tension électrique et l'on enregistre les variations du courant au cours du temps.

Avant de décrire les résultats obtenus avec des cellules au CdS, considérons quel serait le comportement d'un semi-conducteur électronique idéal. Ce semi-conducteur aurait les propriétés suivantes :

1° Toute la chute de tension se produit dans le semi-conducteur, les chutes de tension aux passages semi-conducteurs-métal étant rendues négligeables grâce à un choix judicieux des électrodes;

2° Sa conductibilité est purement électronique. Le passage du courant n'entraîne aucun phénomène d'électrolyse, aucune modification permanente;

3° Il obéit à la loi d'Ohm, en particulier la conductibilité est indépendante de la polarité de la tension appliquée;

4° Il ne présente pas d'inertie électrique, c'est-à-dire que la valeur prise par le courant à un instant donné ne dépend pas de la durée pendant laquelle la tension a été préalablement appliquée;

5° A la différence de l'effet photoémissif, il présente une inertie photoélectrique, c'est-à-dire que, lorsqu'on l'irradie, le courant n'atteint pas instantanément sa valeur d'équilibre [8]. De même, lorsqu'on cesse l'irradiation, le retour à l'équilibre s'opère progressivement. La relation entre la valeur d'équilibre du courant et le flux lumineux peut prendre des formes très variées de même que la relation entre l'inertie et le flux lumineux. Ces relations dépendent de la structure électronique du semi-conducteur, qui conditionne les processus de recombinaison des électrons excités par la lumière [9], [10], [11], [12], et cette structure peut être très variée.

Dans le cas des cellules au sulfure de plomb opérant à température ordinaire, les quatre premières conditions sont à peu près remplies. D'autre part, pour les flux faibles et très faibles ($< 10^{-8}$ W), la relation flux-courant est linéaire et l'inertie photoélectrique est faible quel que soit l'éclairement (constante de temps < 100 μs).

Nous allons montrer que, à l'heure actuelle tout au moins, il n'en est pas de même pour les cellules au sulfure de cadmium.

Répartition de la tension électrique appliquée. — En utilisant des électrodes d'or, et en illuminant uniformément la couche, l'un de nous [13] a montré qu'à température ordinaire une grande partie de la chute de tension apparaissait aux électrodes, d'où la possibilité de réaliser un redressement spécifiquement photoélectrique par une illumination dissymétrique. Le sens du redressement montre que l'on est en présence d'une conductibilité par électrons libres (semi-conducteur de type N).

De même, Boer [14], a étudié entre 0 et 500° C le courant d'obscurité d'un monocristal de CdS, monté avec des électrodes d'or évaporées, et a vérifié, par la méthode des sondes, que plus de 90 pour 100 de la chute de tension se produisait aux électrodes.

Par contre, R. W. Smith et A. Rose [15], en soudant sur des monocristaux des électrodes d'indium ou de gallium, ont obtenu des contacts ohmiques relativement peu résistants par rapport au cristal.

Modifications dues au passage prolongé du courant. — Indépendamment de l'inertie photoélectrique qui sera étudiée plus loin, il existe, mêlée en général avec elle, une inertie proprement électrique. Les caractéristiques de cet effet sont les suivantes :

1° L'inertie électrique augmente lorsque la tension augmente.

2° Elle augmente également et de façon très sensible lorsque la température augmente.

On voit sur la figure 1 que le comportement d'une cellule est très différent à 17 et à 62° C. Pour ces courbes, qui ont été établies à l'aide d'un galvanomètre, on n'a pas tracé la phase initiale de la croissance du courant (15 premières secondes) qui n'est pas mesurée avec assez de précision. A 17° C, un coude assez net apparaît au bout de 30 s suivi d'une période de croissance très lente avec tendance à l'équilibre. A 62° C, la variation est forte et reste sensiblement linéaire après 45 mn.

Cette absence de saturation nous a amené à faire l'expérience pendant des durées beaucoup plus longues. La figure 2 est relative à la même cellule à une température intermédiaire, 36° C. On voit

qu'au bout de 7 h la croissance du courant est encore linéaire.

Il s'agit d'un comportement général, les diverses

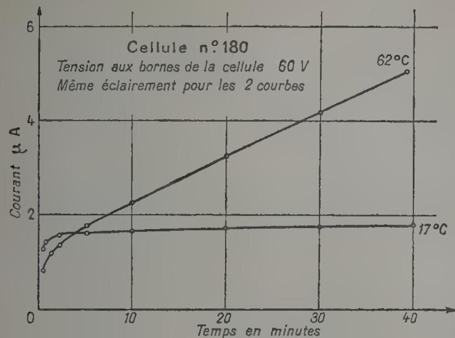


Fig. 1.

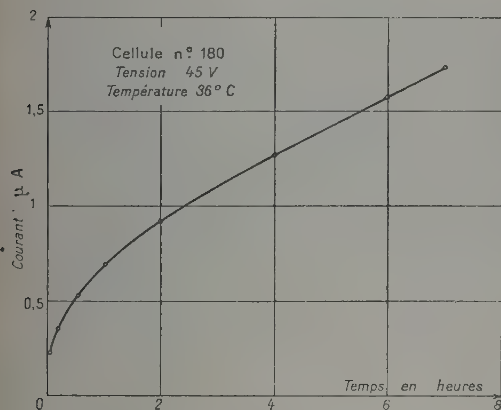


Fig. 2.

cellules présentant seulement des différences qualitatives. Tout se passe comme si il existait, pour chaque cellule, une température critique au-dessus de laquelle il devient problématique de définir un équilibre. Ceci est gênant dans la mesure où cette température est voisine de la température ordinaire.

3° Influence d'un changement de polarité. Dans cet effet d'inertie électrique, les barrières semi-conducteur-métal aux électrodes jouent certainement un rôle important. Ceci apparaît lorsqu'on change au cours d'une mesure le sens du courant après avoir observé sa croissance, pour une polarisation donnée, pendant un temps suffisamment long. Ceci est bien visible sur les figures 3 et 4 relatives à une même cellule à 62° C. On a désigné les deux électrodes avec les chiffres 1 et 2; on commence l'expérience avec l'électrode 1 positive (*fig.* 3); le courant croît; on change la polarité au bout de 40 mn; le courant prend alors immédiatement une valeur à partir de laquelle il décroît, passe ensuite par un minimum et recroît. L'effet est semblable si l'on commence l'expérience avec l'électrode 2 positive (*fig.* 4).

A température plus basse, ces effets sont atténués ou disparaissent.

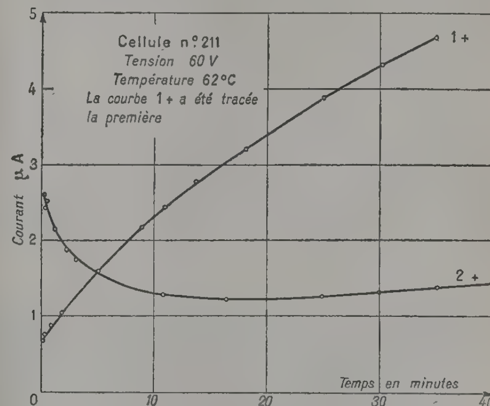


Fig. 3.

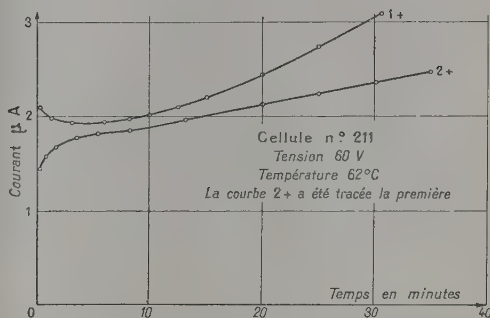


Fig. 4.

4° Influence d'une interruption de la tension. — A température ordinaire certains effets

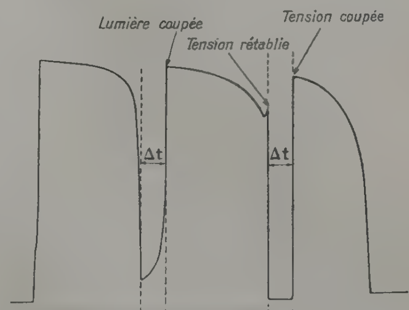


Fig. 5.

d'inertie électrique subsistent cependant, au moins pour les faibles flux lumineux.

On voit sur la figure 5 l'influence de l'interruption pendant 5 mn de la tension, la lumière étant maintenue. Lorsque la tension est rétablie, le courant prend une valeur inférieure à celle qu'il avait au moment de la coupure. La même figure montre que l'interruption pendant 5 mn de la lumière conduit à un résultat différent.

5° Interprétation. — On a vu que, dans les modifications liées au passage du courant, les barrières semi-conducteurs-métal intervenaient certainement. Il est également assuré que ce rôle n'est pas exclusif. En effet, Boer [14] a montré que pour des champs électriques de l'ordre de 100 V/cm, la conductivité, même lorsqu'on la corrige pour tenir compte de la chute de potentiel aux barrières, varie avec la durée d'application du champ, et il a pu suivre cette variation pendant plusieurs heures. Il a constaté, par contre, que pour des champs inférieurs à 10 V/cm, aucune perturbation n'apparaissait.

Pour expliquer ces effets, il faut faire intervenir non seulement des phénomènes d'électrolyse mais aussi des processus de polarisation purement électroniques. Ces derniers ont une importance relative d'autant plus grande que la température est plus basse. L'existence d'une charge d'espace électronique a été bien mise en évidence dans l'emploi des cristaux de CdS comme cristaux compteurs [16] et dans l'étude du courant d'obscurité [15], [17].

Propriétés essentiellement photoélectriques. — L'allure des courbes d'établissement du courant dépend :

— du « passé » lumineux de la cellule, c'est-à-dire des divers éclairements auxquels elle a été soumise auparavant;

— de la grandeur de l'éclairement actuel.

1° Distinction entre cellule reposée et cellule non reposée. — La cellule se « souvient » des éclairements antérieurs.

A ce titre, ses propriétés sont intermédiaires entre celles d'une cellule photoconductrice de très faible inertie, au PbS par exemple, et celle d'une plaque photographique dont l'inertie est totale. La réponse d'une cellule au sulfure de plomb correspond à l'intégration de l'effet photoélectrique pendant quelques dizaines de microsecondes [6] et après suppression de l'éclairement, l'effet a pratiquement disparu dans un temps comparable.

Par contre, la plaque photographique peut intégrer pendant toute la durée d'une pose très longue (24 h, par exemple) et l'effet a un caractère quasi-indélébile, c'est-à-dire que, si la plaque est conservée à l'obscurité dans de bonnes conditions (température pas trop élevée, etc.), on peut la développer plusieurs mois après la pose, et obtenir pratiquement le même noircissement que si on la révélait immédiatement.

Nous verrons au paragraphe suivant que, pour les petits flux et à température ordinaire, la cellule est capable d'intégrer pendant des heures. A basse température, l'intégration pourrait se poursuivre pendant des jours.

Ceci nous a amené, suivant une suggestion de A. Lallemand, à transposer à ces couches les propriétés de la plaque photographique. Par analogie à la notion de plaque vierge, nous avons introduit celle de « cellule reposée », en appelant ainsi, par convention, une cellule qui est restée à l'obscurité pendant 24 h à la température ordinaire. De même nous disons que nous « faisons un prééclairement » lorsque nous soumettons une cellule, préalablement reposée, à un éclairement sans lui appliquer de tension électrique. Ceci doit donc être distingué de

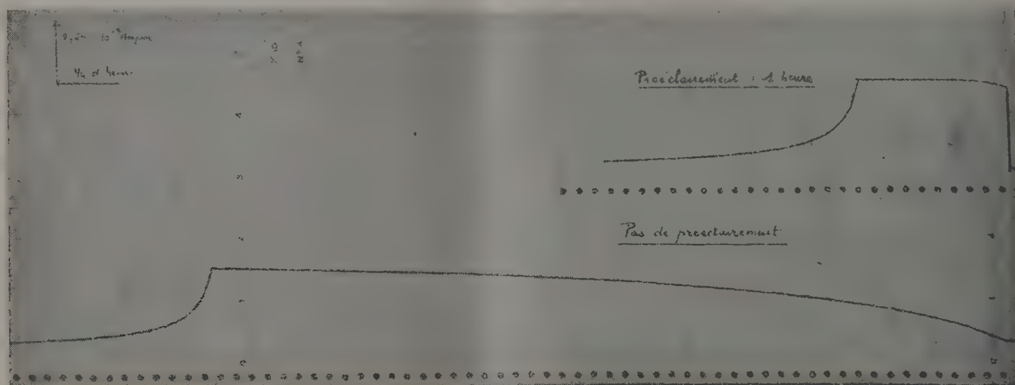


Fig. 6.

l'expression « Vorbelichtung » employée par Gudden et Pohl [18] pour caractériser un éclairement fait en présence de tension.

2° Cas d'une cellule reposée. — On voit sur la courbe inférieure de la figure 6, l'effet de l'irradiation d'une cellule reposée par un éclairement de l'ordre de 10^{-8} W/cm²; la croissance du courant est très lente et au bout de 3 h, l'équilibre ne semble pas encore atteint. Lorsqu'on cesse l'illumination, la chute du courant est également lente, et il faut 3 mn pour que la valeur du courant soit égale à la moitié de sa valeur maximum. On note cependant que le début de la décroissance est beaucoup plus rapide que le début de la croissance.

Dans ce cas la concavité est, dès le début de l'illumination, dirigée vers le bas; il n'y a donc pas de changement de courbure. Ce n'est pas le cas général et l'on observe fréquemment un point d'inflexion visible en particulier sur la figure 7

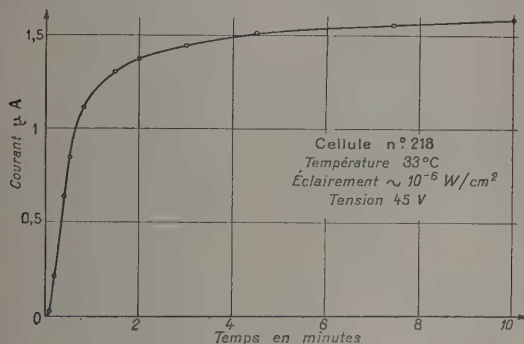


Fig. 7.

relative à la même cellule et à un éclairement de l'ordre de 10^{-6} W/cm².

Nous avons constaté cette inflexion pour divers éclairements aussi bien petits que moyens, c'est-à-dire dans la gamme 10^{-8} à 10^{-5} W/cm². Il se présente comme la forme réduite d'un effet qui s'observe de façon plus nette encore à basse température; en effet, à — 193 °C, certains auteurs [19] ont trouvé, au lieu d'un point d'inflexion, un véritable palier intermédiaire dont la durée peut atteindre 30 s : la courbe présente alors deux changements de courbure.

3° Cas d'une cellule soumise a un prééclairement. — La cellule dont la mesure, à l'état reposé, est représentée sur la figure 6 (partie inférieure), a été soumise à un prééclairement d'une heure, puis mesurée dans cet état (*fig.* 6, partie supérieure). Lors du prééclairement, comme de l'éclairement, le flux lumineux est resté le même que pour la première mesure. On voit que lorsqu'on établit la tension le courant prend immédiatement une valeur voisine de la valeur d'équilibre.

4° Cas d'une cellule mesurée sans tenir compte des éclairements antérieurs. — Dans le cas précédent l'effet de la lumière était parfaitement défini parce que l'on avait pris une cellule reposée. La figure 8 montre qu'il n'en est pas de

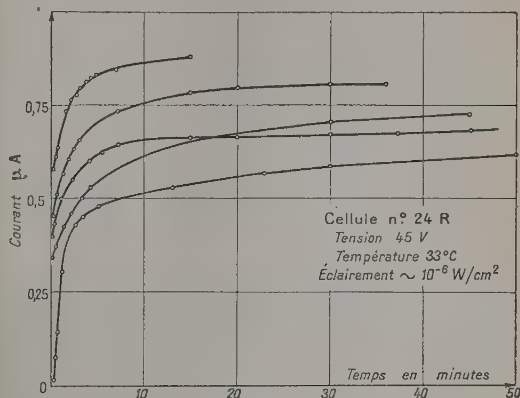


Fig. 8.

même lorsqu'on mesure une cellule dont les éclairements antérieurs n'ont pas été notés.

Ces courbes ont été tracées au commencement de cette étude, à une période où nous n'avions pas encore reconnu la nécessité de travailler avec une cellule reposée. On voit qu'il était impossible d'arriver à des résultats reproductibles, bien que pendant chacune des séries de mesures l'éclairement, la température et la tension aient été maintenus constants.

5° Influence de la grandeur du flux lumineux sur le temps de mise en équilibre. — On voit en comparant les figures 6 et 7 que l'inertie

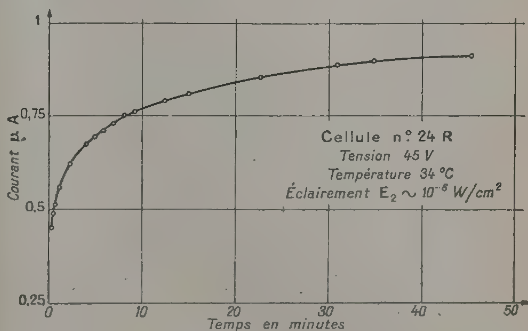


Fig. 9.

photoélectrique diminue lorsque l'éclairement augmente. Cela apparaît également sur les figures 9 et 10 relatives à une autre cellule. Ceci semble absolument général pour les cellules au CdS.

6° Cas particuliers de mise en équilibre. — Lorsque l'inertie photoélectrique est faible (aux grands flux en particulier), on observe fréquemment un autre phénomène : Dès que la lumière est établie, le courant augmente rapidement, atteint une valeur maximum au bout d'une ou quelques secondes et décroît vers une valeur d'équilibre qui peut être seulement une faible fraction de la valeur maximum (*fig.* 11). Ceci s'observe aussi bien pour les longueurs d'onde qui n'ionisent que les impuretés ($\lambda > 5100$ Å) que pour celles qui sont absorbées par le réseau fondamental ($\lambda < 5100$ Å). Autrement dit, il s'agit aussi bien d'un effet de surface que d'un effet de volume. Ceci n'est pas dû au passage du courant comme nous l'avons vérifié en appliquant la tension électrique par intermittence.

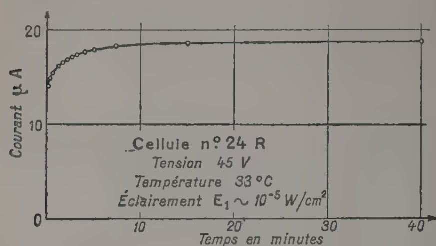


Fig. 10.

Cette évolution du courant ressemble beaucoup au phénomène d'extinction (quenching) que l'on observe avec le CdS lorsqu'on superpose à une illumination de courte longueur d'onde une illumination de longueur d'onde supérieure [20]. Par analogie nous l'appelons *autoextinction* (self quenching).

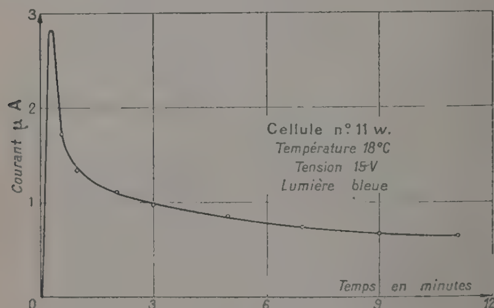


Fig. 11.

7° Déclin du signal après cessation de l'éclairement. — Comme le temps de mise en équilibre, le temps de déclin dépend beaucoup de la grandeur de l'éclairement.

Les figures 12 et 13 montrent le déclin pour une même cellule et deux flux différents. Pour cette cellule, la loi est hyperbolique. Pendant plus de 5 mn, le déclin obéit à la formule $i \prec t^{-1}$. Mais ceci n'est pas une loi générale. On a fréquemment un exposant différent de un et parfois aucune loi en t^{-n} ne convient.

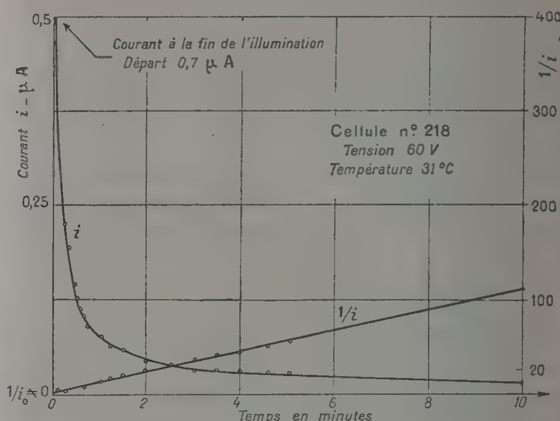


Fig. 12.

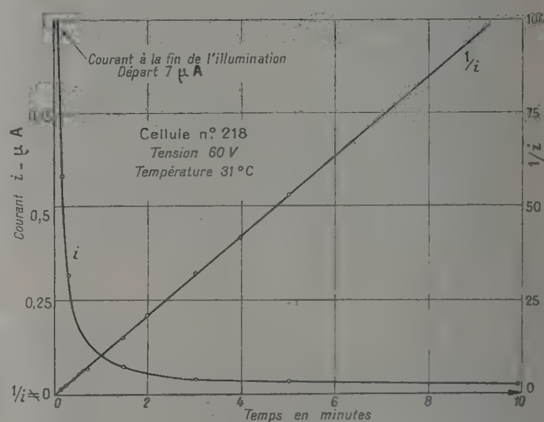


Fig. 13.

8° Cas particuliers du retour a l'équilibre après un prééclairement. — Dans les exemples précédents, où les cellules ont été irradiées avec des flux faibles ou moyens, le déclin du signal est monotone.

Il n'en est pas toujours ainsi. Si après avoir illuminé la cellule avec un flux important, de longueur d'onde d'ailleurs quelconque, on observe le retour à l'équilibre, on constate souvent une chute très rapide du courant (en quelques secondes) jusqu'à une valeur relativement petite (1/100e à 1/1000e de la valeur en présence de lumière) suivie d'une remontée de durée variable (quelques minutes ou quelques heures) après laquelle on assiste à un déclin final.

Il n'est pas nécessaire que la cellule ait été sous

tension en présence de lumière : un prééclairement suffit. Nous avons fréquemment utilisé comme prééclairement l'exposition pendant 1 mn environ à la lumière du jour. Le prééclairement terminé, nous mettons la cellule sous tension et nous enregistrons. La figure 14 montre le résultat pour trois cellules différentes. L'enregistrement a lieu de la droite vers la gauche. On voit qu'au début de

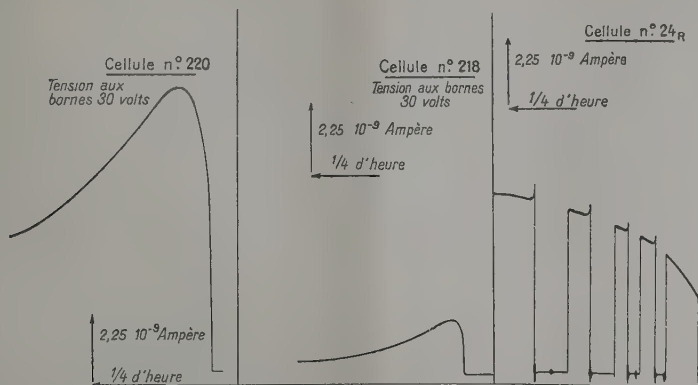


Fig. 14.

l'enregistrement la décroissance est déjà terminée et que la remontée commence.

Cette remontée n'est pas un effet du passage du courant comme on peut le voir sur l'enregistrement de droite où la tension n'a été appliquée que par intermittence.

9° Relation éclairement-conductibilité. — La variation du courant avec l'éclairement est rarement linéaire.

Pour la plupart des cellules, dans la gamme des éclairements faibles à moyens, 10^{-8} à 10^{-4} W/cm², le courant croît plus vite que l'illumination (*fig.* 15). Une variation semblable a été également signalée par W. Veith [1], par R. W. Smith [21] et par H. Kallmann et B. Kramer [22].

10° Courant d'obscurité. — Tout ce qui vient d'être écrit jusqu'ici montre qu'il est bien difficile de parler de courant d'obscurité. On peut seulement dire que lorsqu'une cellule est restée pendant 24 h dans l'obscurité sa résistance est très grande, supérieure à $10^{12}\,\Omega$ et que le courant d'obscurité n'est plus mesurable avec les galvanomètres les plus sensibles si l'on veut éviter des tensions trop importantes sur les cellules.

11° Interprétation. — Tous les résultats qui viennent d'être décrits et dont certains (6° et 8°) apparaissent comme des effets nouveaux ne s'expliquent pas avec les concepts simples que l'on utilise fréquemment pour expliquer la photoconductibilité : mécanismes de recombinaison monomoléculaires et bimoléculaires, etc.

Il n'entre pas dans le cadre de cet article de discuter en détail les mécanismes plus complexes qui peuvent rendre compte des propriétés très spéciales de CdS.

Nous soulignons d'abord que l'inertie photo-

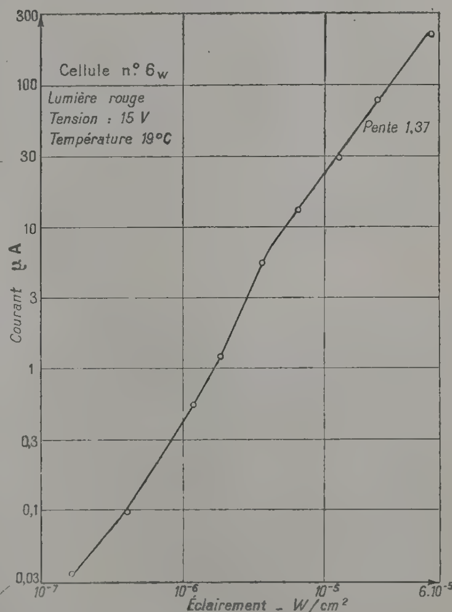


Fig. 15.

électrique de CdS est, dans une certaine mesure, la rançon de sa très grande sensibilité, c'est-à-dire que le signal est d'autant plus grand que le temps d'intégration est plus long [23].

Mais ceci est valable pour tous les semiconducteurs et n'explique pas les particularités de CdS.

Frerichs [24] a noté l'existence des trappes et souligné leur rôle. Ceci a été développé par A. Rose [10] qui a établi le lien étroit qui existe entre l'inertie et les trappes, l'inertie dépendant fortement de la structure de celles-ci (nombre, répartition énergétique, section de capture). Kalmann et Kramer [22] ont proposé un mécanisme très particulier pour expliquer les relations flux lumineux-courant non linéaires. De son côté, A. Rose [11] a indiqué que de telles relations devaient être liées à la présence simultanée de niveaux discrets d'énergie situés dans la bande interdite et dont les sections de capture présentent des rapports convenables. Effectivement, l'un de nous [25] a pu montrer que, si l'on ajoute à l'hypothèse de Rose d'autres hypothèses très simples sur la position énergétique des niveaux et le mode d'action de la lumière, on peut rendre compte facilement des relations flux-courant et d'autres propriétés du sulfure de cadmium.

Conclusions. — Nous avons montré que l'on pouvait séparer deux genres de phénomènes; ceux qui sont liés au passage du courant, c'est-à-dire au *déplacement des charges* électriques en raison du champ et ceux qui sont essentiellement photoélectriques et dépendent uniquement du *nombre des porteurs* de courant, c'est-à-dire des électrons.

Nous avons également fait apparaître la variété du comportement de CdS en présence de lumière. Les résultats énoncés intéressent directement la physique des solides et permettent de préciser les mécanismes photoélectriques. On voit, par contre, qu'il ne suggèrent pas l'emploi de CdS pour les mesures photométriques.

En effet, si les cellules sont très sensibles, elles ne sont pas fidèles. D'autre part, dans le domaine le plus intéressant, celui des petits flux, l'inertie photoélectrique et, par voie de conséquence, la nécessité d'utiliser des cellules reposées sont de graves inconvénients.

On retrouve alors les servitudes de la plaque photographique (nécessité d'employer une plaque vierge, pose longue pour les petits flux) sans disposer de l'avantage décisif de celle-ci qui est de donner une image (image d'un objet, spectre d'une source, etc.), c'est-à-dire de fournir simultanément un très grand nombre d'informations.

En outre, les phénomènes d'évolution dus au passage du courant restreignent l'emploi des cellules à une gamme de température assez étroite car aux températures supérieures à la température critique que nous avons définie, l'évolution est très gênante tandis qu'à basse température c'est l'inertie photoélectrique qui limite leur utilisation.

La réponse non linéaire à l'éclairement est également une gêne sensible.

Ces inconvénients expliquent sans doute que l'on ait préféré s'adresser, jusqu'à ce jour, aux cellules photoélectriques à vide associées à un multiplicateur d'électrons pour détecter et mesurer de faibles flux.

Il semble donc que les applications actuelles du sulfure de cadmium se limitent, dans le domaine des longueurs d'onde visibles, à la construction de relais pour gros flux et peut-être de couches sensibles pour appareil de prises de vue de télévision lorsque les scènes à retransmettre n'évoluent pas trop rapidement [26], [27].

Manuscrit reçu le 15 avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Veith W. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 947.
[2] Frerichs R. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 594.
[3] Weiss K. — *Z. Naturf.*, 1947, **2** *a*, 650.
[4] Aitchinson R. E. — *Nature*, 1951, n° 4255. 812.
[5] Goerke. — *Ann. Téléc.*, 1951, **6**, 325.
[6] Niekisch et Rompe. — *Z. Physik Chem.*, 1951, **198**, 200.
[7] Brentano et David. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 711.
[8] On peut se reporter pour les lois générales de la photoconductibilité au livre de Moss T. S. : Photoconductivity in the elements. Butterworths, Londres, 1952.
[9] Broser J. et Warwinski R. — *Ann. Physik*, 1950, **7**, 289.
[10] Rose A. — *R. C. A. Rev.*, 1951, **12**, 362.
[11] Rose A. — *R. C. A. Eng. Mem. P. E. M.*, 1953, 303.
[12] Wlérick G. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 667.
[13] Wlérick G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 2199.
[14] Boer R. W. — *Ann. Physik*, 1952, **10**, 20.
[15] Smith R. W. et Rose A. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 857.
[16] Ramanna R. et Ved Prakash Duggal. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1251.
[17] Rose A. et Smith R. W. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 857.
[18] Gudden et Pohl. — *Z. Physik*, 1920, **2**, 181.
[19] Frerichs R. et Siegert J. F. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1875.
[20] Taft E. A. et Hebb M. H. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1952, **42**, 249.
[21] Smith R. W. — *R. C. A. Rev.*, 1951, **12**, 350.
[22] Kallmann H. et Kramer B. — *Phys. Rev.*, 1952, **87**, 91.
[23] Pohl R. W. et Stockmann F. — *Ann. Physik*, 1949, **6**, 89.
[24] Frerichs R. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1869.
[25] Wlérick G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 2514 et **239**, 257.
[26] Veith W. — *Le Vide*, 1950, n° 30, 887.
[27] Bartels B. et Munsch M. — *Le Vide*, 1953, n° 44, 1320.

UN DÉTECTEUR A NEUTRONS DE 0,5 A 6 MeV DE SENSIBILITÉ UNIFORME EN FONCTION DE L'ÉNERGIE

Par PHILIPPE EBERHARD,
Laboratoire de Physique atomique et moléculaire du Collège de France.

Sommaire. — L'auteur expose les principes, les caractéristiques et la méthode de mesure relatifs à cet appareil. La section efficace de son détecteur est de 1,75 cm² ± 10 pour 100 et le comptage n'est pas perturbé par un flux de γ inférieur à 10^7 γ/cm²/s.

Introduction. — Placé dans un faisceau contenant $n(E)\,\mathrm{d}E$ neutrons d'énergie comprise entre E et $E + \mathrm{d}E$, un détecteur de sensibilité $s(E)$ en fonction de l'énergie compte un nombre de coups égal à

$$N = \int s(E)\,n(E)\,\mathrm{d}E.$$

Si la sensibilité s ne dépend pas de E, s sort de l'intégrale et, de N, on déduit immédiatement le nombre de neutrons du faisceau

$$\int n(E)\,\mathrm{d}E = \frac{N}{s},$$

même si l'on ignore leur spectre d'énergie.

Principe. — Plaçons un compteur à trifluorure de bore dans un faisceau parallèle à l'axe du compteur. Il pénétrera dans l'atmosphère de BF_3 un nombre de neutrons égal au produit de la section droite du compteur par la densité de neutrons par centimètre carré. Leur spectre d'énergie sera le même que celui du faisceau et, à cause de la loi en $E^{-\frac{1}{2}}$ que suit approximativement la section efficace du bore, ce dispositif sera plus sensible aux neutrons lents qu'aux neutrons rapides.

Entourons le compteur d'un manchon de paraffine (*fig.* 1). En plus des neutrons reçus directement (en cause ci-dessus), l'atmosphère de BF_3 va recevoir un certain nombre de neutrons diffusés par la paraffine dans le compteur. On comptera plus de neutrons dans le détecteur.

Or, le libre parcours des neutrons rapides est plus grand que celui des neutrons lents; ceux-ci vont être diffusés près de la face antérieure du manchon et une très grande partie d'entre eux va ressortir par cette surface. Les neutrons rapides vont pénétrer davantage dans la paraffine et leur probabilité de ressortir par la face antérieure est plus petite. Ils ressortiront par la face latérale ou bien ils atteindront le compteur. Plus le diamètre du manchon sera grand, moins ces neutrons auront de chances d'atteindre la surface latérale et plus ils en auront d'atteindre le compteur.

Bref, en augmentant le diamètre du manchon, on accroît la sensibilité aux neutrons rapides plus que la sensibilité aux neutrons lents. Pour un certain diamètre, les efficacités seront les mêmes, la sensibilité dépendra peu de l'énergie.

En m'inspirant de l'article de MM. Hanson et

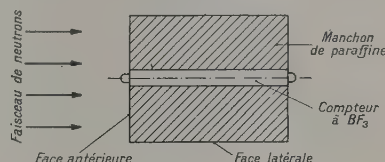


Fig. 1.

Mac Kibben (*Phys. Rev.*, 1947, 72, 114), j'ai recherché empiriquement les conditions géométriques de sensibilité uniforme.

Caractéristiques. — Compteur proportionnel à BF_3 sous pression de 12 cm Hg. Diamètre : 15 mm; longueur : 370 mm. La cathode est entourée d'un revêtement de laiton de diamètre 56 mm.

Tension positive sur le fil : 1350 V; on compte les impulsions supérieures à 1,7 mV.

Diamètre du manchon : 220 mm; longueur : 340 mm.

Ce dispositif compte 150 coups quand 100 neutrons arrivent parallèlement à l'axe dans chaque centimètre carré, c'est-à-dire que la section efficace « longitudinale » est de 1,5 cm² ± 5 pour 100 de 0,5 à 6 MeV. Perpendiculairement à son axe, le dispositif présente une section efficace de 1,7 cm² aux neutrons du RaBe.

Exposé à un faisceau de γ, le détecteur compte un nombre de coups proportionnel à la quatrième puissance de la densité en γ. On compte 10 coups/s dans un faisceau de 10^7 γ/cm²/s. Cette mesure a été faite avec les γ du Co 60, les résultats doivent

être du même ordre de grandeur pour d'autres énergies de γ.

Malheureusement, la présence d'objets autour du détecteur perturbe le comptage en diffusant des neutrons. Avec des plateaux de paraffine placés le long du détecteur, j'ai obtenu un accroissement de 20 pour 100 des valeurs indiquées ci-dessus, quand le détecteur était exposé aux neutrons du RaBe.

Dispositif avec écran latéral (*fig.* 2). — Pour diminuer la dépendance par rapport aux objets environnants, j'ai entouré le dispositif d'une couche de 1 mm de cadmium entourée à son tour d'une couche de 40 mm de paraffine. La couche de paraffine diffuse les neutrons arrivant latéralement, réduit la sensibilité latérale donc aussi l'influence des objets extérieurs. La couche de cadmium diminue l'effet réflecteur de la couche de paraffine supplémentaire pour les neutrons s'échappant par la surface latérale du manchon, c'est-à-dire pour les

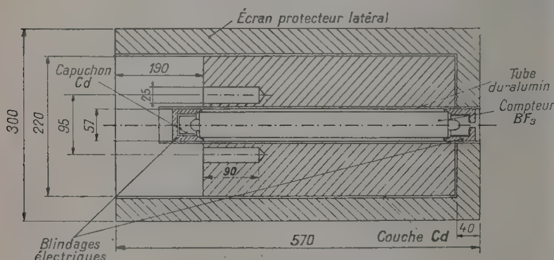


Fig. 2.

neutrons initialement rapides. Le cadmium diminue l'effet de l'écran sur la sensibilité aux neutrons rapides.

Néanmoins, la section efficace aux neutrons rapides a augmenté et, pour revenir aux conditions d'uniformité voulues, il a fallu percer huit trous de 25 mm de diamètre et de 90 mm de long dans la face antérieure. Ces trous ont pour effet d'augmenter la section efficace aux neutrons lents.

Avec le même compteur que précédemment mais avec les caractéristiques de la figure 2, le détecteur présente aux neutrons de 0,5 à 6 MeV une section efficace longitudinale de 1,75 cm² $\pm$ 10 pour 100. Les flux de γ inférieurs à 10^7 par centimètre carré et par seconde produisent toujours moins de 10 coups/s. La présence d'objets extérieurs ne perturbe jamais le comptage de plus de 5 pour 100.

Exposé à un faisceau de neutrons perpendiculaire à son axe, le détecteur présente une section efficace de 0,9 cm² aux neutrons du Ra Be et 0,65 cm² à ces mêmes neutrons ralentis dans 75 mm de paraffine. On peut ajouter plusieurs plateaux de paraffine autour du détecteur pour augmenter son effet directionnel, les sections efficaces longitudinales n'en sont pas affectées.

Mesure des sections efficaces. — Des faisceaux de neutrons de différents spectres d'énergie parvenaient au détecteur. A cause de l'étalement de ces spectres, on ne pouvait pas relever une courbe de section efficace en fonction de l'énergie, mais on pouvait se rendre compte du moment où la sensibilité ne dépend pas de l'énergie. Comme il est exposé dans l'introduction, c'est le moment où le nombre de coups enregistrés ne dépend plus du spectre d'énergie, mais seulement du nombre de neutrons du faisceau.

Le faisceau de plus grande énergie était obtenu au moyen d'une source de RaBe de 211 mC dont le spectre de neutrons s'étale autour de 5 MeV de moins de 0,1 MeV à plus de 14 MeV (Hanson et Mac Kibben, *loc. cit.*). Les faisceaux de moindre énergie étaient obtenus en plaçant cette source de RaBe au centre d'une sphère de paraffine. On peut négliger ici l'absorption des neutrons dans la paraffine et considérer que le nombre de neutrons qui sortent de la sphère est le même que le nombre de neutrons émis par la source. Notre source était isotrope; l'écran ralentisseur l'étant aussi, on obtenait ainsi dans chaque direction des faisceaux de densité égale, avec ou sans interposition de l'écran sphérique.

Une estimation grossière des énergies moyennes a été obtenue en plaçant dans les faisceaux le compteur à BF_3 sans manchon de paraffine et en admettant une sensibilité proportionnelle à $E^{-\frac{1}{2}}$.

Remarque. — En reportant $\frac{1}{\sqrt{N}}$ en fonction de la distance, j'ai obtenu une loi linéaire dès que la source est éloignée de plus de 60 cm de l'avant du dispositif. En extrapolant cette droite, on trouve que $\frac{1}{\sqrt{N}}$ devrait être nul pour un point situé à l'arrière du dispositif. La loi en $\frac{1}{r^2}$ est donc valable si l'on mesure r par rapport à l'arrière du dispositif et dès que $r > 1,20$ m.

C'est en tenant compte de ce fait que j'ai calculé une section efficace de 1,75 cm² pour un faisceau de neutrons parallèle à l'axe du détecteur.

Ce travail a été accompli sous la direction de M. Magnan, sous-directeur du laboratoire. Je remercie M. Francis Perrin, directeur du laboratoire, de la bienveillance avec laquelle il a suivi ce travail.

Manuscrit reçu le 10 avril 1954.

SUR LA DISTRIBUTION DES RETARDS DANS LES COMPTEURS GEIGER-MÜLLER.

Par E. PICARD et A. ROGOZINSKI,
Division des Constructions électriques C. E. N., Saclay.

Sommaire. — On mesure, par une méthode oscillographique, le temps global qui s'écoule entre le passage de la particule dans une région déterminée du compteur étudié et la réponse de l'amplificateur associé au compteur. Ce retard se compose du temps de latence T_1 proprement dit et du retard T_a, qui résulte du temps de montée fini de l'impulsion et dont la valeur dépend du seuil de sensibilité de l'amplificateur.

La sélection des particules (cosmiques) génératrices de la décharge dans le compteur étudié est obtenue grâce à un télescope de deux compteurs en coïncidence dont l'ouverture est limitée par un groupe de quatre compteurs, en anticoïncidence avec les premiers. Le compteur est disposé de telle façon que le plan médian du télescope le traverse à une distance variable d de son fil axial. Les mesures ont été effectuées pour différentes valeurs de la distance d et de la surtension V_s appliquée au compteur.

Les résultats obtenus montrent que la distribution statistique des retards est d'autant plus étalée que d est plus grand et V_s plus réduit. Les valeurs moyennes des retards observés varient de 7.10^{-8} s pour $d = 0$ et $V_s = 200$ V, à 90.10^{-8} s pour $d = 1,9$ cm et $V_s = 50$ V.

La mobilité d'un électron libéré au sein du mélange gazeux emplissant le compteur sous une pression de 10 cm Hg a été trouvée égale : $(2,1 \pm 0,2).10^4$ cm^2.s^{-1}.V^{-1}.

1. Introduction. — Il s'écoule toujours un certain temps entre le passage d'une particule à travers un compteur Geiger-Müller et la détection de l'impulsion qui en résulte. Ce retard est dû à plusieurs causes qui résident, les unes dans le mécanisme même de la décharge provoquée par la particule au sein du compteur, les autres dans le circuit de détection.

En ce qui concerne la décharge du compteur, elle se déroule en deux phases impliquant, chacune, un retard intrinsèque. La première est celle de la migration d'un électron, libéré au sein du compteur par le passage de la particule vers la région proche du fil axial, où règne un champ électrique élevé et où l'électron provoquera une première avalanche, c'est-à-dire une première cascade de multiplication des charges. La seconde est celle de la propagation, le long du fil, de la décharge ainsi amorcée. Les retards correspondants sont de l'ordre de 10^{-7} s pour la première phase et de quelque 10^{-6} s pour la seconde. C'est le retard de la première phase qui détermine, en quelque sorte, la période de latence du compteur et représente le temps minimum qui s'écoule nécessairement entre le passage de la particule responsable de l'impulsion observée et sa détection effective par le circuit associé dont le rôle et la limite de l'emploi seront précisés plus loin.

Dans un compteur donné, le temps de latence dépend de la distance qui sépare la trajectoire de la particule du fil du compteur. Il dépend, d'autre part, de tous les facteurs qui déterminent la mobilité de l'électron dans le mélange gazeux emplissant le compteur et, tout particulièrement, de la pression de ce gaz et de la tension V appliquée aux bornes du compteur.

Les données relatives au mouvement des électrons dans le mélange en question sont encore mal connues et ne permettent pas d'évaluer correctement la valeur du temps de latence. Or, ce temps, ainsi que le retard qui résulte de la pente finie de l'impulsion du compteur, déterminent un retard global dont la valeur moyenne et les fluctuations sont d'une importance essentielle dans toutes les recherches impliquant des coïncidences à faible temps de résolution. Le présent travail concerne l'étude de ces retards, en fonction de la tension appliquée V et de la position, par rapport à l'axe du compteur, de la trajectoire de la particule détectée.

2. Influence du seuil de sensibilité du circuit de détection. — La chute de tension v, provoquée par la décharge dans l'impédance branchée aux bornes du compteur, ne présente point un départ brusque (*fig.* 1). L'impulsion apparaît avec une amplitude négligeable durant la période de latence. Dès la formation de l'avalanche initiale, les électrons qui y prennent naissance, sont collectés dans un temps très bref par le fil du compteur. Mais, comme ils proviennent du voisinage immédiat du fil, région où le potentiel diffère peu de celui du fil, leur contribution à la chute de tension est très réduite. La valeur de v ne devient appréciable qu'au moment où les ions positifs se mettent en mouvement vers la cathode. Le temps nécessaire à la collection des ions représente sensiblement le temps de restitution du compteur. Il peut être 100 à 1000 fois plus long que le temps de latence et, si nous le mentionnons, c'est uniquement pour mieux situer les domaines des retards impliqués dans le fonctionnement des compteurs Geiger-Müller.

Pour obtenir une valeur précise directe du temps de latence T_1, il faut utiliser un amplificateur susceptible de mettre en évidence l'impulsion du compteur,

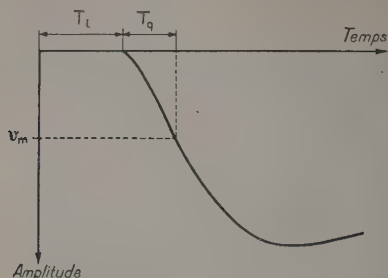


Fig. 1. — Représentation schématique de l'impulsion de décharge d'un compteur Geiger-Müller.

L'origine des temps correspond au temps de passage de la particule cosmique. Le temps de latence T_1 proprement dit du compteur est égal à la durée du parcours, jusqu'à la région de multiplication, de l'électron le plus proche du fil. T_q représente le temps au bout duquel l'impulsion, une fois le processus de multiplication amorcé, atteint le seuil de sensibilité v_m du circuit associé au compteur.

dès que la première cascade de multiplication des charges a lieu. S'il n'en est pas ainsi, on risque d'introduire dans la mesure cherchée une erreur d'autant plus grande que la sensibilité en question est réduite. En effet, cette erreur est égale à

$$T_q = \frac{v_m}{q}, \tag{1}$$

où v_m désigne la valeur minimum détectable de v et où q, égal à $\frac{dv}{dT}$, représente la pente initiale de l'impulsion que nous admettrons constante entre $v = 0$ et $v = v_m$.

Le retard total observé T est donc égal à

$$T = T_1 + T_q. \tag{2}$$

3. **Dispositif expérimental.** — A. *Méthode utilisée.* — Deux problèmes essentiels surgissent dans une étude relative au temps de latence : la détermination précise de l'instant t_0, auquel a lieu le passage de la particule génératrice de l'impulsion et la localisation de la trajectoire de cette particule par rapport au fil du compteur.

Les solutions de ces problèmes diffèrent suivant le genre des compteurs étudiés. Elles sont relativement simples pour les compteurs β à paroi mince [1], [2] et dans le cas des compteurs à cathode photosensible pourvus d'une fenêtre transparente à la lumière [3], [4]; elles sont plus difficiles pour des compteurs cosmiques et des compteurs γ [5], [6], [7] et exigent l'emploi de particules d'énergie relativement grande.

La sélection et la localisation de telles particules peut se faire à l'aide d'un télescope de détecteurs montés en coïncidence. Les détecteurs qui répondent le mieux au but recherché sont des scintillateurs associés à des photomultiplicateurs, car ils sont susceptibles de fournir une valeur très précise de t_0. Leur faible encombrement facilite, par ailleurs, la localisation de la particule, mais présente le grave inconvénient d'un taux de comptage très réduit, du moins si l'on est contraint de se servir du rayonnement cosmique comme source de particules. C'est uniquement cette considération qui nous a fait abandonner les scintillateurs que nous avions utilisés dans nos essais initiaux.

Un télescope de compteurs Geiger-Müller donne une fréquence plus élevée, mais il exige certaines précautions particulières. Pour qu'un tel dispositif puisse fournir une bonne définition de t_0, il est indispensable qu'il ne sélectionne que les particules traversant le compteur au voisinage du fil axial. Il suffirait, en principe, d'avoir recours à des compteurs de très faible diamètre, comme l'ont fait Den Hartog et al. [6]. Cependant, un télescope constitué uniquement par de tels compteurs, est fréquemment déchargé, non pas par une seule particule, mais par des gerbes latérales. Or, l'existence de ces gerbes perturbe sensiblement les courbes de distribution du temps de latence, en introduisant un élément d'incertitude pratiquement incontrôlable quant à la distance du fil à laquelle est passée la particule génératrice de la décharge. Nous avons pu vérifier que l'effet de gerbe atteint 15 pour 100 pour un télescope vertical de deux compteurs ayant un

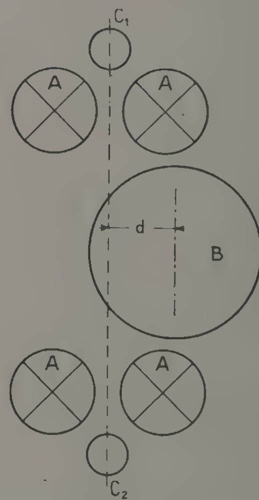


Fig. 2. — Arrangement des compteurs.

Les compteurs C_1 et C_2, en coïncidence, forment le dispositif de sélection des particules cosmiques. L'ouverture *utile* du télescope est définie par l'écartement horizontal (6 mm) des compteurs A en anticoïncidence. La distance *d* qui sépare l'axe du compteur étudié B du plan médian du télescope est variable. Les diamètres intérieurs des compteurs C, A et B sont respectivement égaux à 12, 23 et 48 mm.

diamètre de 12 mm et séparés par une distance de 10 cm. Pour cette raison, nous avons adopté un télescope analogue à celui utilisé pour la détermination de l'efficacité des compteurs par Rogozinski et Voisin [8].

Dans le cas où le télescope est constitué par des compteurs Geiger-Müller, la relation (2) ne reste valable que si l'on tient compte du retard T_a du télescope par rapport au temps de passage de la particule. On a, par conséquent,

$$T = T_1 + T_q + T_a. \tag{3}$$

Le télescope utilisé comprend essentiellement deux compteurs C_1 et C_2, en coïncidence, et un groupe de quatre compteurs A, en anticoïncidence avec les premiers; les compteurs A constituent une protection efficace du dispositif contre l'effet des gerbes latérales et permettent, de plus, d'obtenir une ouverture réglable du télescope. La figure 2 représente une coupe verticale de l'arrangement des compteurs, où d désigne la distance qui sépare l'axe du compteur étudié du plan médian vertical du télescope.

La mesure de T_1 se fait en deux étapes : on détermine d'abord le retard T entre l'impulsion du compteur étudié B et l'impulsion d'anticoïncidence C_1C_2-A et l'on mesure ensuite le retard absolu T_a de C_1C_2-A. Quant au retard T_q, nous verrons par la suite qu'il peut être déterminé à partir de la courbe des retards qui correspondent à $d = 0$.

Chacune des mesures de T_1 et T_q comprend quatre opérations :

1° le déclenchement du balayage horizontal d'un tube cathodique par l'impulsion de coïncidence C_1C_2;

2° l'application de l'impulsion provenant du compteur étudié B, à l'une des plaques de déflexion verticale du tube;

3° l'allumage du spot par l'impulsion d'anticoïncidence C_1C_2-A, agissant sur la grille Wehnelt;

4° l'enregistrement des oscillogrammes par une caméra à déroulement continu, fonctionnant sans obturateur.

Comme la première opération est affectée d'un certain retard inhérent au circuit de déclenchement du balayage, on fait subir à l'impulsion B un retard nettement supérieur au précédent, pour que, sur l'oscillogramme obtenu, le point de départ de cette impulsion survienne à une distance bien mesurable de l'origine du tracé du balayage (*fig.* 4). Lorsque les impulsions B, C_1, C_2 sont synchrones, la distance correspondante définit une origine à partir de laquelle seront mesurés les retards T du compteur B. Cette distance de référence est déterminée, comme nous le verrons, en remplaçant les impulsions B, C_1 et C_2 par trois impulsions synchrones de courte durée.

La mesure de T_a, retard du télescope par rapport au passage de la particule, a été effectuée en substituant au compteur B un scintillateur dont on a négligé le retard propre.

B. *Schéma de principe.* — Le schéma de principe du dispositif est représenté par la figure 3. Les compteurs B, C_1, C_2 et le groupe des quatre compteurs A en parallèle actionnent respectivement quatre circuits identiques de mise en forme (circuits M.F.). Ces circuits sont du même type que ceux mis au point dans une étude antérieure [9],

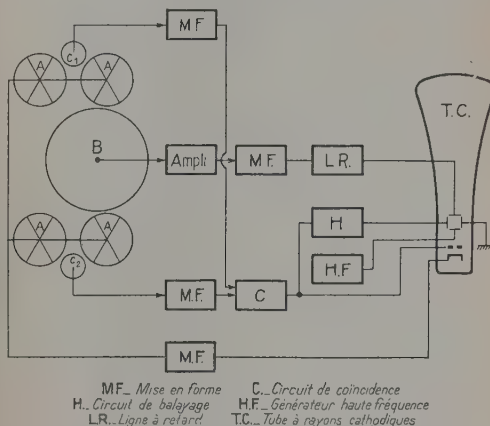


Fig. 3. — Schéma de principe du circuit.

Le tube cathodique est normalement bloqué par une polarisation négative entre la grille Wehnelt et la cathode. L'impulsion de coïncidence C_1C_2 provoque le déblocage du tube cathodique, ainsi que le déclenchement du balayage horizontal. Lorsque l'un des compteurs A est déchargé, un signal positif est appliqué sur la cathode du tube, annulant ainsi, avec un léger retard, l'effet de déblocage de la coïncidence C_1C_2. Les impulsions du compteur B, auxquelles on fait subir un retard fixe, sont appliquées sur l'une des plaques de déflexion verticale, l'autre plaque étant reliée en permanence à un générateur de tension sinusoïdale pour l'étalonnage de la base de temps.

ayant pour but de limiter la décharge du compteur à une portion réduite du fil. Le tube cathodique est normalement bloqué par une polarisation négative entre la grille de commande et la cathode. L'impulsion de coïncidence C_1C_2, sélectionnée par le circuit C, provoque le déblocage du tube, ainsi que le déclenchement du balayage horizontal. Lorsque l'un des compteurs A est déchargé, un signal positif est appliqué à la cathode du tube, annulant ainsi l'effet de déblocage de la coïncidence C_1C_2.

L'une des plaques du tube cathodique reçoit les impulsions provenant de B, préalablement retardées au moyen d'une ligne à retard, tandis que l'autre plaque est reliée en permanence à un générateur de tension sinusoïdale fonctionnant sur 10 MHz, dont la trace permet la mesure précise de la vitesse de balayage du spot sur chaque oscillogramme (*fig.* 4).

Tous les circuits utilisés possèdent un temps de

montée au plus égal à 0,1 μs, de sorte que les fronts des impulsions des compteurs sont reproduits aussi fidèlement que possible.

Les quatre circuits M.F. de mise en forme ont un seuil de sensibilité de $1 \pm 0{,}1$ V. Ils délivrent des signaux dont le front avant a une pente de 300 V/μs.

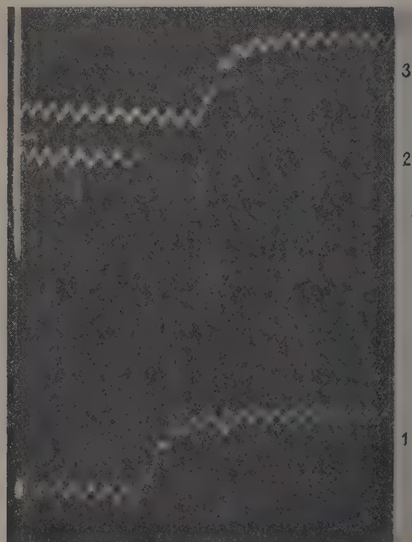


Fig. 4. — Oscillogrammes d'impulsions du compteur B et du signal de référence.

L'oscillogramme 1 montre le signal de référence obtenu en remplaçant les impulsions des trois compteurs C_1, C_2 et B par trois impulsions synchrones. Le point de départ de l'impulsion de référence donne l'origine, à partir de laquelle on mesure les retard T du compteur étudié. Le tracé sinusoïdal est obtenu en appliquant une tension de fréquence égale à 10 MHz sur l'une des plaques de déflexion verticale. L'oscillogramme 2 montre l'action d'anticoïncidence des compteurs A par l'effacement du tracé. L'oscillogramme 3 montre le signal provenant du compteur B et qui présente un retard de 0,4 μs par rapport à l'origine des temps obtenu sur l'oscillogramme 1. Le trait continu vertical, que l'on voit à gauche, est provoqué par la faible luminosité du spot au repos.

Le circuit de coïncidence comporte essentiellement deux diodes à cristaux, suivies d'un discriminateur. Le circuit de balayage horizontal du tube cathodique est incorporé dans un oscillographe à balayage déclenché. Avec le tube cathodique utilisé, la vitesse maximum du balayage pouvant être enregistrée est égale à $5 \cdot 10^{6}$ cm.s^{-1}, soit 0,5 mm en 10^{-8} s.

L'action d'anticoïncidence des compteurs A se produit avec un léger retard dû à la capacité des quatre compteurs mis en parallèle, de sorte que, durant cette période, le début du balayage demeure visible pendant 0,1 μs environ; ce retard permet ainsi de contrôler aisément l'efficacité du dispositif antigerbes.

Les caractéristiques des compteurs utilisés sont données dans le tableau I.

C. *Précision des mesures.* — Les erreurs introduites dans les mesures sont de deux ordres, liées les unes au dispositif de mesure, les autres au fonctionnement des compteurs Geiger-Müller du télescope.

Les premières sont dues, soit à des retards inhérents aux circuits de transmission des impulsions, soit à l'imprécision de l'enregistrement photographique.

a. Les fluctuations des retards provenant des circuits sont provoquées par les fluctuations des seuils des circuits déclenchés et par les fluctuations des pentes des fronts des impulsions. Nous avons pu évaluer l'ordre de grandeur de ces effets par des photographies d'oscillogrammes des différentes formes d'impulsions utilisées. En outre, on a mesuré directement la différence θ des retards parasites que les circuits introduisent dans la transmission des deux séries d'impulsions provenant, l'un des compteurs en coïncidence C_1 et C_2 et l'autre du compteur B. Il suffit pour cela de remplacer les compteurs B, C_1 et C_2 par trois générateurs d'impulsions rigoureusement synchrones de forme convenable. Des enregistrements effectués à plusieurs reprises pendant 8 h consécutives ont montré que la valeur de θ était restée constante et égale à $75 \cdot 10^{-8}$ s,

Tableau I.

Principales caractéristiques des compteurs utilisés.

Compteur.	Diamètre intérieur cathode (mm).	Diamètre anode (mm).	Longueur utile (cm).	Gaz de remplissage.	Pression (cm Hg).	Seuil (volts).
A	23	0,1	40	alcool 2 pour 100 argon 1 » hélium 97 »	62	1 150 ± 30
B	48	0,1	25	alcool 10 » argon 90 »	10	1 050
C_1	12	0,1	25	alcool 25 » argon 75 »	13,5	1 180
C_2	12	0,1	25	alcool 25 » argon 75 »	13,5	1 160

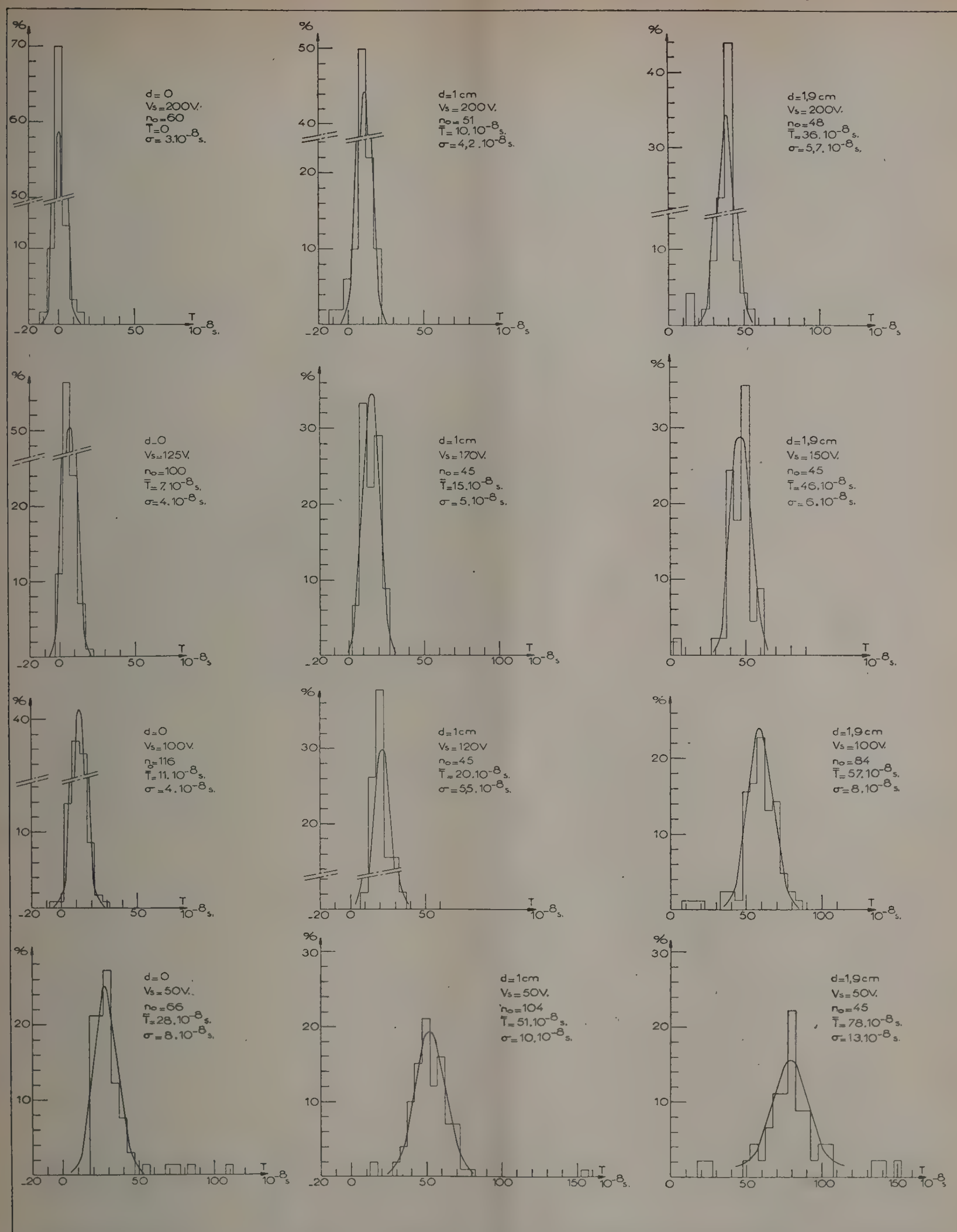


Fig. 5. — Résultats expérimentaux.

Chaque diagramme représente, pour une surtension V_s et une distance d, le nombre relatif des décharges dont le retard est compris entre $T - \frac{\Delta T_2}{2}$ et $T + \frac{\Delta T_2}{2}$ (où $\Delta T = 5.10^{-8}$ s) en fonction du retard T. La courbe continue est la courbe de Gauss la plus voisine de la distribution expérimentale, n étant égal au nombre total d'événements observés, T à la valeur moyenne déduite de la distribution et σ à l'écart standard.

aux erreurs de lecture près (*fig.* 4). Cependant, comme une erreur sur θ se reporte intégralement sur la valeur mesurée de T, on a tenu à avoir un contrôle permanent de θ, en remplaçant au cours des enregistrements les impulsions des compteurs par les impulsions synchrones mentionnées plus haut.

b. Les performances du dispositif sont actuellement limitées par l'imprécision de l'enregistrement photographique, qui ne permet pas d'apprécier des intervalles de temps inférieurs à 10^{-8} s.

En ce qui concerne les erreurs introduites dans les mesures par les compteurs C_1 et C_2, on a cherché à les réduire : 1° en utilisant pour C_1 et C_2 des compteurs de faible diamètre (12 mm), fonctionnant avec la surtension V_s la plus élevée possible, soit $V_s = 150$ V, et 2° en limitant le volume utile de ces compteurs à une tranche de 3 mm de part et d'autre du fil central.

4. **Résultats expérimentaux.** — Les mesures des retards du compteur B ont été effectuées pour des valeurs de V_s comprises entre 50 et 200 V,

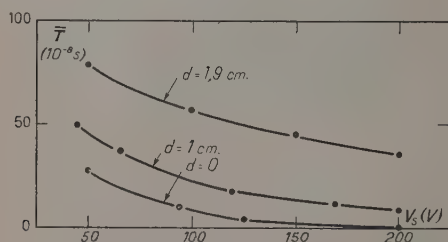


Fig. 6. — Retard moyen $T(r, V_s) = \overline{T}_1(r, V_s) + \overline{T}_q(V) — 7.10^{-8}$s tracé, en fonction de $V_s = V — V_0$, pour trois valeurs de la distance d.

ainsi que pour trois valeurs de la distance d entre le fil du compteur et le plan médian du télescope. L'ensemble des résultats obtenus est réuni dans la figure 5. Chaque diagramme de cette figure donne, en fonction de T, la distribution relative des retards observés

$$y(T) = \frac{1}{n_0} \frac{\Delta n(T)}{\Delta T}, \qquad (4)$$

où n_0 représente le nombre total d'événements enregistrés, ΔT, égal à 5.10^{-8} s, l'intervalle de temps choisi et Δn (T), le nombre d'événements dont le retard est compris entre $T — \frac{\Delta T}{2}$ et $T + \frac{\Delta T}{2}$.

Chacune de ces distributions peut être représentée par une courbe de Gauss dont l'écart quadratique moyen est égal à σ et la valeur moyenne à $\overline{T}$, toutes ces données étant indiquées dans chaque distribution de la figure 5. La figure 6 représente les valeurs moyennes T en fonction de V_s, avec d comme paramètre, tandis que la figure 7 donne σ en fonction des mêmes grandeurs.

Le temps T_a a été déterminé au cours de la mesure déjà mentionnée, où l'on a remplacé le compteur B par un scintillateur en plastique. La distribution relative $y(T_a)$ des retards est donnée dans la figure 8.

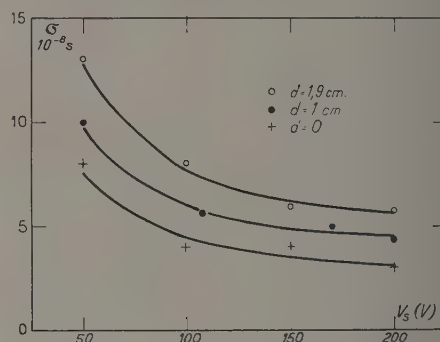


Fig. 7. — Variations de l'écart quadratique moyen de la distribution des retard T_s (*fig.* 5), en fonction de la surtension V_s et pour trois valeurs de d.

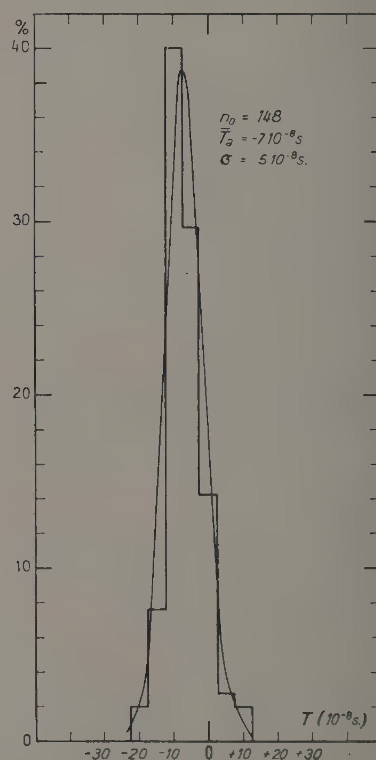


Fig. 8. — Distribution des retards observés en remplaçant le compteur B par un scintillateur.
Le photomultiplicateur est déclenché en avance par rapport à la coïncidence C_1C_2 d'un temps égal en moyenne à $\overline{T}_a = 7.10^{-8}$ s. Les symboles de la figure sont les mêmes que ceux de la figure 5.

On constate que les temps T_a sont négatifs, ce qui indique une avance des réponses du photomultiplicateur par rapport à celles du télescope C_1C_2. Les fluctuations autour de la valeur moyenne T_a sont plus importantes que celles auxquelles on pourrait s'attendre, si l'on se réfère aux diagrammes de la figure 5 pour $V_s = 200$ V, dont la distribution est plus aiguë que celle de la figure 8. Cela tient à ce que, contrairement au cas du compteur Geiger-Müller, le scintillateur fournit, dans les conditions utilisées, des impulsions dont le spectre d'amplitude est relativement étalé et dont les plus petites peuvent introduire des retards variables. On sait en effet que, même avec des fronts très raides, mais avec des amplitudes voisines du seuil de sensibilité d'un circuit déclenché (circuit M.F.), de telles impulsions provoquent des retards dans la réponse du circuit, retards qui peuvent atteindre quelques 10^{-8} s. Nous ne tiendrons pas compte des fluctuations de T_a qui résultent de la précision limitée du dispositif à scintillations et nous adopterons $T_a = -7.10^{-8}$ s.

5. Interprétation et discussion des résultats. — Rappelons que, conformément à la relation (3), le temps T directement mesuré est la résultante des temps partiels suivants : 1° le temps de latence T_1 proprement dit; 2° le temps T_q qui dépend de la pente initiale de l'impulsion ainsi que de la sensibilité du circuit associé au compteur B, et 3° le retard absolu T_a de l'impulsion C_1C_2 par rapport au temps de passage de la particule cosmique.

A. *Expression de T_1.* — Le temps T_1 peut être exprimé en fonction de la tension V appliquée au compteur, si l'on admet que la vitesse de migration w d'un électron libéré au sein du compteur à une distance r de son axe (¹) est de la forme

$$w = \frac{dr}{dt} = kE^{\gamma}, \qquad (5)$$

où $E = \dfrac{V}{rL\frac{b}{a}}$ représente le champ électrique à la distance r, k la mobilité électronique à la pression considérée et γ une constante dont la valeur varie suivant les auteurs [2], [6], [7] de 0,5 à 1. On obtient T_1 par intégration de (5) entre les limites r et a :

$$T_1 = \frac{1}{k}\,\frac{r^{\gamma+1}}{\gamma+1}\left(\frac{L\frac{b}{a}}{V}\right)^{\gamma}. \qquad (6)$$

B. *Expression de T_q.* — En ce qui concerne le temps T_q qui est évidemment indépendant de r, il est déterminé, pour une sensibilité v_m donnée du circuit, par la surtension $V_s = V - V_0$ au-dessus du seuil V_0 du compteur.

Dans le cas actuel, la sensibilité v_m est égale à 0,4 V, de sorte qu'elle représente une faible fraction de l'amplitude totale de l'impulsion du compteur. On peut admettre dans ces conditions que cette portion de l'impulsion varie, en première approximation, linéairement avec le temps et que la pente correspondante est proportionnelle à la surtension V_s. On a alors

$$T_q = \frac{Q}{V_s}, \qquad (7)$$

où Q est une constante qui dépend du compteur et de la sensibilité v_m. Dans le cas où $d = 0$, on peut négliger T_1 par rapport à T_q, de sorte que la courbe

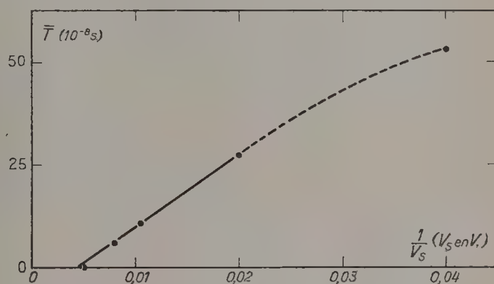


Fig. 9. — Influence de la surtension V_s sur la valeur du retard $\bar{T}_q$.

Dans le cas où $d = 0$, on a $\bar{T}(r_0, V) = \bar{T}_q(V) - 7.10^{-8}$ s. La courbe montre $\bar{T}_q$ en fonction de $\frac{1}{V_s}$. La pente de la région linéaire de la courbe donne la valeur de la constante Q de l'équation (6). L'existence de cette région linéaire confirme l'hypothèse faite sur la forme de l'impulsion de Geiger. On constate une courbure pour les valeurs de $\frac{1}{V_s}$ correspondant à de faibles surtensions. Dans cette région, le coefficient Q ne peut être considéré comme constant; la pente du front de l'impulsion de Geiger n'est pas proportionnelle à la surtension.

de T tracée en fonction de $\frac{1}{V_s}$ devient une droite (*fig.* 9), qui permet la détermination de la constante Q.

C. *Signification de T_a.* — Le temps T_a est la somme du temps de latence du compteur C_1 ou C_2 et du temps de montée de l'impulsion de coïncidence C_1C_2. Si l'on tient compte des valeurs de la mobilité k des électrons indiquée plus loin, on trouve que le temps de latence correspondant à des particules sélectionnées par le télescope, c'est-à-dire passant à moins de 3 mm de l'axe des compteurs C_1C_2, est seulement de l'ordre de 10^{-8} s. Cette valeur est obtenue dans l'hypothèse la moins favorable de $\gamma = 0$, valable dans la région considérée des compteurs. Il en résulte que la valeur indiquée de $T_a = 7.10^{-8}$ s

(¹) On suppose que l'électron est libéré en dehors de la région du compteur où a lieu la multiplication et qui intéresse une très faible portion du volume du compteur.

est due presque entièrement à la valeur du seuil du circuit associé. On peut affirmer, par conséquent, qu'en diminuant la valeur de ce seuil, on pourrait réduire T_a jusqu'à une valeur voisine de 10^{-8} s.

D. *Evaluation de* γ *et de k.* — En tenant compte des expressions précédentes de T_1 et de T_q, on trouve

$$T(r, V) = \frac{1}{k}\,\frac{r^{\gamma+1} - a^{\gamma+1}}{\gamma+1}\left(\frac{L\dfrac{b}{a}}{V}\right)^{\gamma} + \frac{Q}{V_s} - 7.10^{-8} \quad \text{(en s)}. \tag{8}$$

Désignons par r_0, r_1 et r_2 les valeurs moyennes de r dans les cas où l'on a respectivement $d = 0$, $d = 1$ cm et $d = 1{,}9$ cm. Un calcul approché montre que $r_0 = \frac{r_{\max}}{\sqrt{3}} = 0{,}17$ cm, $r_1 = 1$ cm et $r_2 = 1{,}9$ cm.

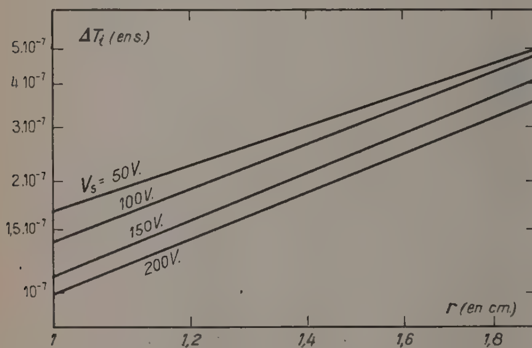


Fig. 10. — Courbes de log $T(r_1, V) - T(r_0, V)$ en fonction de log r, avec V comme paramètre.

Ces valeurs ne sont valables que si l'ionisation spécifique des particules cosmiques sélectionnées est supérieure à environ cinq paires d'ions par centimètre de parcours dans le compteur, c'est-à-dire si la distance moyenne entre deux électrons est inférieure à 2 mm.

En formant la différence $T(r_i, V) - T(r_0, V)$, où $i = 1$ ou 2, on obtient

$$\Delta T_i(V) = T(r_i, V) - T(r_0, V) = \frac{A}{V^{\gamma}}\, r_i^{\gamma+1}\left[1 - \left(\frac{r_0}{r_i}\right)^{\gamma+1}\right], \tag{9}$$

où

$$A = \frac{1}{k(\gamma+1)}\left(L\,\frac{b}{a}\right)^{\gamma}.$$

En négligeant $\left(\frac{r_0}{r_i}\right)^{\gamma+1}$ devant 1, il vient

$$\Delta T_i(V) = \frac{A}{V^{\gamma}}\, r_i^{\gamma+1}. \tag{9'}$$

On peut rapprocher cette expression de ΔT_i de la relation (6) donnant l'expression de T_1; on constate que l'on a sensiblement $\Delta T_i = T_1$, ce qui permet, à partir des courbes de la figure 6, de connaître le temps de latence correspondant à $d = 1$ cm et $d = 1{,}9$ cm.

Si l'on trace $L(\Delta T_i)$ en fonction de Lr_i, on trouve pour différentes valeurs de V le réseau de droites de la figure 10, valables pour $V = 1100$, 1150, 1200, 1250 V et dont la pente est égale à $\gamma + 1$. Les quatre valeurs de γ ainsi déterminées sont égales respectivement à 0,6, 0,9, 1 et 1. En raison de la dispersion de ces résultats, il est impossible de dire si γ est une constante indépendante de E. On peut cependant affirmer que l'ensemble des résultats obtenus est compatible avec une valeur unique de $\gamma = 1$, valable dans le domaine du compteur ($d > 1$ cm) pour lequel $0{,}9 < \frac{E}{p} < 2$, où E est exprimé en V.cm^{-1} et p en mm Hg. En portant la valeur de γ dans la relation (9), on obtient, pour $r = 1$ cm et $r = 1{,}9$ cm, les valeurs de k rassemblées dans le tableau II. La valeur moyenne de k ainsi déterminée est égale à $21\,600 \pm 2\,100$, en assez bon accord avec Den Hartog et al. qui trouvent $k = 15\,700 \pm 800$ [6]. Les valeurs de γ sont en accord avec les résultats récents des auteurs cités.

TABLEAU II.

Valeur de la mobilité k

(exprimée en cm^2.s^{-1}.V^{-1} pour la pression totale de 10 cm Hg).

Les différentes valeurs sont obtenues à partir des courbes de la figure 6 à l'aide de la relation (9). La valeur moyenne est indiquée.

V_s(V).	$d = 1{,}9$ cm.	$d = 1$ cm.
200	23 200	28 100
150	19 200	21 100
100	19 000	18 900
Valeur moyenne de k	21 600 ± 2 100	

E. *Retards anormaux.* — Il résulte de l'examen des courbes de la figure 5 que les fluctuations du retard global sont d'autant plus accusées que la surtension V_s est plus réduite et que la trajectoire de la particule ionisante passe à une distance plus grande de l'axe des compteurs.

Un fait particulier mérite d'être relevé ici : lorsque la surtension V_s est inférieure à une centaine de volts, on constate qu'une fraction — d'ailleurs faible — des impulsions présente des retards dépassant plusieurs fois l'écart quadratique moyen, donc des retards tout à fait anormaux. Ceux-ci disparaissent complètement pour des surtensions de $V_s > 100$ V. Certains d'entre eux peuvent s'expliquer par des impulsions tombant dans le temps mort d'une impulsion précédente [10] et présentant de ce fait une amplitude et une pente initiale réduites; mais le phénomène demeure, jusqu'ici, inexpliqué dans

son ensemble. Ces retards aberrants pourraient aussi provenir des fluctuations exceptionnelles du temps de montée de l'impulsion, plutôt que de celles du temps de latence, car ils se manifestent aussi bien pour $d = 0$ que pour $d = 1{,}9$ cm.

Quelle que soit leur origine, l'existence même de ces retards impose une vigilance toute particulière quant au choix des compteurs et quant aux conditions de leur utilisation dans toutes les expériences destinées à mettre en évidence, entre différents phénomènes, des retards du même ordre que les retards anormaux en question.

6. **Conclusion.** — Pour qu'un compteur Geiger-Müller donne une réponse avec un retard, dont, non seulement la valeur absolue, mais aussi les fluctuations soient réduites au minimum et, dans une large mesure, indépendantes de la sensibilité de l'amplificateur associé au compteur, il convient d'avoir recours à un compteur de faible diamètre aux bornes duquel on appliquera une surtension aussi élevée que possible.

Les courbes obtenues permettent, en particulier, de tirer quelques conclusions quant au temps de résolution pouvant être utilisé, sans perte appréciable d'efficacité, dans des expériences impliquant des compteurs en coïncidence. C'est ainsi que l'on pourrait atteindre un temps de résolution $\tau < 10^{-6}$ s, même avec des compteurs de 50 mm de diamètre, à condition que $V_s > 100$ V. Pour avoir $\tau \simeq 3 \cdot 10^{-7}$ s, le diamètre du compteur devrait être inférieur à 20 mm et $V_s > 150$ V. Pour utiliser des temps de résolution plus faibles, il faudrait avoir recours à des diamètres très réduits et, surtout, à des circuits de coïncidence ayant un seuil de sensibilité bien inférieur à 0,4 V. Certes, une forte surtension entraîne l'inconvénient d'exposer le compteur à une détérioration rapide de ses qualités (seuil, longueur et pente du plateau, etc.). Cette évolution peut cependant être sensiblement atténuée par l'emploi d'un circuit de limitation de la décharge [9], grâce auquel le développement de cette décharge s'arrête, dès que l'amplitude de l'impulsion atteint le seuil de sensibilité du circuit. Par ailleurs, une réduction du diamètre du compteur entraîne, dans certains cas, l'obligation d'utiliser plusieurs compteurs en parallèle, dont il sera nécessaire de réduire par des circuits appropriés la capacité accrue qui en résulte.

Nous tenons à remercier M. J. Andréjol pour son active participation à la mise au point du dispositif et pour le dépouillement systématique des enregistrements.

Manuscrit reçu le 6 mars 1954.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] SHERWIN C. W. — *Rev. Sc. Instr.*, 1948, **19**, 111.
[2] STEVENSON A. — *Rev. Sc. Instr.*, 1952, **23**, 93.
RAMSEY W. E. — *Rev. Sc. Instr.*, 1952, **23**, 95.
PORTER W. C. et RAMSEY W. E. — *Rev. Sc. Instr.*, 1952, **23**, 95.
[3] LAUFER A. R. — *Rev. Sc. Instr.*, 1950, **21**, 244.
[4] HEIRTZLER J. R. — New-York University, 1953, Project n° 141, Report n° 141.05.
[5] TICHO H. K. — *Rev. Sc. Instr.*, 1947, **18**, 271.
[6] DEN HARTOG H., MULLER F. A. et VERSTER N. F. — *Physica*, 1947, **13**, 251.
DEN HARTOG H., MULLER F. A. et VAN ROODEN C. S. W. — *Physica*, 1949, **15**, 581.
[7] ALBERIGI QUARANTA A., MEZZETTI L. et PANCINI E. — *Nuovo Cimento*, 1951, **8**, 618.
[8] ROGOZINSKI A. et VOISIN A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **225**, 409.
[9] PICARD E. et ROGOZINSKI A. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 304.
[10] PICARD E. et ROGOZINSKI A. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 445.

ERRATUM.

Dans l'article intitulé : Le nucléide ^{19}Ne et le *ft* des noyaux miroirs $Z = N = 1$, par M. E. NAHMIAS, *J. Physique Rad.*, octobre 1954, **15** :

Page 677, au bas de la 2e colonne, dans le numérateur de *B*, *lire* ln 2, et dans l'avant-dernière ligne, *lire* log $ft = 3{,}30$.

Page 678, 2e colonne, *au lieu de*

$$\left|\int 6\right|^2 = 1{,}66 \quad \text{et} \quad \left|\int 1\right|^2 = 0{,}92,$$

lire

$$\left|\int \sigma\right|^2 = 1{,}58 \quad \text{et} \quad 0{,}1.$$

LETTRES A LA RÉDACTION

SPECTROMÈTRE β PERMETTANT L'ÉTUDE DES RAYONNEMENTS β-γ EN COÏNCIDENCE

Par M. Jean Moreau,
Service de Physique nucléaire,
C.E.N. de Saclay.

La décomposition d'un spectre β complexe peut devenir très imprécise, lorsque le nombre des spectres partiels est élevé, lorsque les énergies limites sont peu différentes, ou lorsque les intensités des spectres partiels les moins énergiques sont faibles par rapport aux intensités des spectres les plus énergiques; dans ce dernier cas, certaines causes de distorsion peuvent même rendre impossible la mise en évidence de tels spectres mous.

Lorsque les spectres partiels sont suivis par un rayonnement γ, il reste la possibilité de les étudier en coïncidence (sauf dans le cas d'isomérie).

Soit un noyau radioactif β, chaque émission β étant suivie d'un photon γ. Le nombre de coïncidences réelles détectées est proportionnel au produit des deux rapports suivants : celui des β détectés au nombre total de désintégrations, et celui du nombre de photons γ détectés au nombre total de désintégrations. Chacun de ces rapports doit donc être le plus grand possible : pour la détection β, il faudra utiliser un spectromètre à grande luminosité permettant dans certains cas d'obtenir la focalisation de particules β dont l'énergie sera située entre deux limites assez distantes; pour la détection γ, il faudra utiliser des cristaux de grande dimension et des photomultiplicateurs à large photocathode : ces conditions sont assez incompatibles avec les possibilités de spectrométrie actuelle pour les raisons suivantes :

1° Les spectromètres β à grande luminosité utilisent un champ magnétique pour la sélection d'énergie et la source est située dans un domaine de champ intense; or, les photomultiplicateurs sont perturbés par des champs magnétiques très faibles, ce qui rend nécessaires leur éloignement et l'utilisation de longs conduits de lumière qui diminuent la résolution, surtout pour la détection de γ peu énergiques.

2° Dans la plupart des spectromètres, il est impossible d'éliminer la rétrodiffusion produite par la proximité du scintillateur et de la source.

Pour répondre à ces conditions, nous avons réalisé un spectromètre du type proposé par O. Kofoed-Hansen [1]. La source et le détecteur se trouvent sur l'intersection des plans des plaques polaires, le champ magnétique a la symétrie cylindrique et est inversement proportionnel à la distance à l'axe (droite d'intersection).

Le calcul de la forme des plaques polaires a été fait en négligeant le champ de fuite, le profil est représenté sur la figure 1, l'ouverture dans le plan de symétrie est de 60° et l'angle des plans des plaques

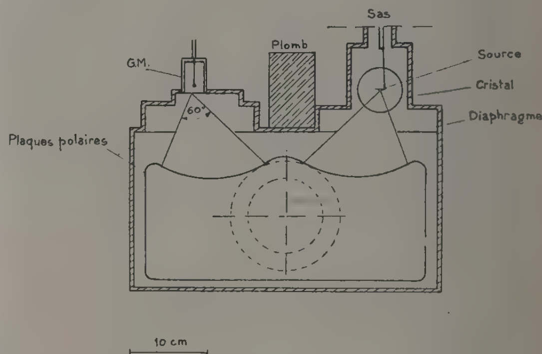


Fig. 1.

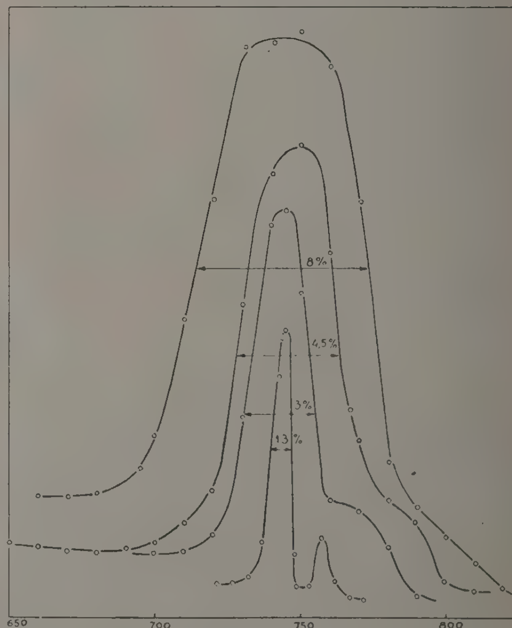


Fig. 2.

polaires est de 22°, ce qui correspond à une luminosité d'environ 3 pour 100.

Le pouvoir séparateur a été étudié avec trois diaphragmes de sélection différents; les courbes de la figure 2 correspondent à des pouvoirs séparateurs de 1,3, 3, 4,5 et 8 pour 100 pour les raies de ^{137}Cs.

La source et le détecteur se trouvent dans un domaine de champ très faible; il est ainsi possible d'employer des photomultiplicateurs sans conduit lumineux; le dégagement de la région de la source permet en outre de la placer entre deux cristaux scintillateurs (*fig.* 3), assez loin de toute masse métallique : le spectre γ est ainsi assez pur. Nous avons vérifié aussi que les spectres β ne sont pas déformés.

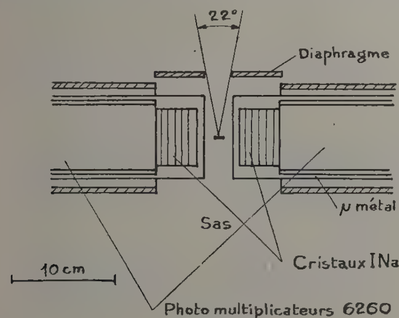


Fig. 3.

Le détecteur β est un compteur Geiger-Müller cloche de type classique. Les cristaux INa (Tl) proviennent de Harshaw, les photomultiplicateurs sont des E.M.I. 6260, le blindage magnétique est assuré par un tube de mu-métal à l'intérieur d'un tube de fer; il a été contrôlé que, même pour une haute énergie de focalisation, la perturbation provoquée par le champ magnétique était négligeable.

Avec une modification du porte-source, cet appareil permet aussi l'étude des corrélations angulaires β-γ en faisant varier l'angle d'émission β ou γ.

Ce spectromètre à coïncidence répondant aux conditions imposées a été utilisé pour l'étude des spectres partiels de $^{122}_{51}$Sb, et pour l'étude du spectre γ en coïncidence avec les β^+ de $^{93}_{43}$Tc [2].

Manuscrit reçu le 16 juin 1954.

[1] O. Kofoed-Hansen, J. Lindhard et O. B. Nielsen. — Danske Videnskab. Selskab. *Mat. Fys. Medd.*, 1950, **25**, n° 16.

[2] C. Levi et L. Papineau. — Contribution à l'étude des niveaux de ^{93}Mo. *C. R. Acad. Sc.*, 1954, **238**, 2313.

BIRÉFRINGENCE ACOUSTIQUE D'UNE SOLUTION DE MOLÉCULES DÉFORMABLES

Par J. Badoz,

École supérieure de Physique et Chimie, Paris.

1. Cerf [1], [2] a donné une théorie de la biréfringence dynamique d'une solution de macromolécules à l'aide du modèle de la « sphère élastique ».

Le champ de force hydrodynamique déforme la molécule, supposée initialement sphérique, et induit une biréfringence (effet photoélastique).

On peut avec le même modèle développer une théorie de la biréfringence acoustique (effet Lucas [4], [5]) pour des solutions de macromolécules.

2. La perturbation introduite dans un champ d'écoulement hydrodynamique par la présence d'une particule supposée provisoirement rigide, est déterminée par la méthode employée par Jeffery [3], Cerf [1], etc.

Le tenseur des efforts exercé par le fluide sur la particule est évalué à partir de la répartition des vitesses dans l'écoulement perturbé. Si l'on généralise ce calcul en supposant que la particule est le siège d'un écoulement interne [2], on obtient pour le tenseur des efforts :

$$\left.\begin{aligned} F_i^i &= \frac{8\eta_0}{3r^3}(2A_i^i - A_j^j - A_k^k), \\ F_i^j &= \frac{8\eta_0}{r^3}A_i^j, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

r est le rayon de la particule initialement sphérique, η_0 le coefficient de viscosité du solvant

$$A_i^i = \frac{5r^3}{24}[(2a_i^i - a_j^j - a_k^k) - (2V_i^i - V_j^j - V_k^k)], \quad (2)$$

les V_i^i sont les vitesses de déformation, $\dot{D}_i^i$.

Dans le cas d'une onde sonore plane se propageant selon l'axe 3′ (*fig.* 1), les a_i^i sont donnés par

$$\begin{aligned} a_1^1 &= E\sin^2\varphi\sin^2\theta, \\ a_2^2 &= E\cos^2\psi\sin^2\theta, \\ a_3^3 &= E\cos^2\theta, \end{aligned}$$

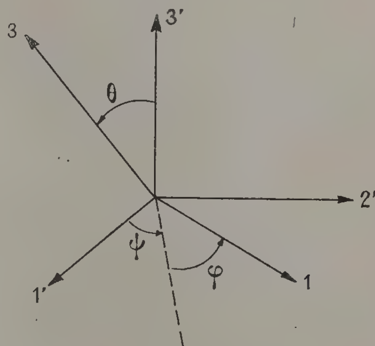


Fig. 1.

ψ, θ, φ sont les angles d'Euler qui définissent le trièdre lié à la particule, E est le gradient de vitesse du fluide à l'endroit où se trouve la particule. Cette dernière est supposée assez petite devant la longueur d'onde ultrasonore pour que E puisse être supposé constant dans l'espace qu'elle occupe. E est en outre de la forme $E = E_0\omega\sin\omega t$ (onde progressive).

3. Pour calculer la biréfringence d'une solution de ces molécules, il est nécessaire d'évaluer les déformations qu'elles subissent.

Si l'on choisit, pour représenter la particule viscoélastique, de constante d'élasticité μ, de viscosité interne η_i, baignant dans un liquide de viscosité η_0, un modèle de la forme Voigt-Kelvin (*fig.* 2), le tenseur F^i_i s'écrit

$$F^i_i = {}^1f^i_i + {}^2f^i_i + {}^3f^i_i,$$

avec

$${}^1f^i_i = \lambda \Sigma D^i_i + 2\mu D^i_i = 2\mu D^i_i$$

si la molécule est supposée incompressible ;

$${}^2f^i_i = 2\eta_i \dot{D}^i_i \qquad \text{et} \qquad {}^3f^i_i = 2\eta_0 \dot{D}^i_i,$$

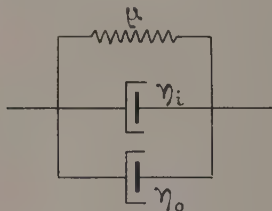


Fig. 2.

l'équation (1) devient

$$\frac{5\eta_0}{3}(2a^i_i - a^j_j - a^k_k) = 2\mu D^i_i + 2\left(\frac{8\eta_0}{3} + \eta_i\right)\dot{D}^i_i - \frac{5\eta_0}{3}(\dot{D}^j_j + \dot{D}^k_k) \quad (3)$$

où les D^i_i sont les composantes du tenseur des déformations.

Si, par raison de symétrie, on suppose

$$\theta = 0, \quad (4)$$

il vient

$$D^1_1 = D^2_2 = -\frac{D^3_3}{2};$$

l'équation (3) s'écrit alors

$$\left.\begin{aligned} \frac{10\eta_0}{3}E &= 2\mu D^3_3 + (7\eta_0 + 2\eta_i)\dot{D}^3_3, \\ -\frac{5\eta_0}{3}E &= 2\mu D_{jj} + (7\eta_0 + 2\eta_i)\dot{D}^j_j, \\ &\text{avec } j = 1 \text{ ou } 2, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

les déformations sont par suite de la forme

$$D^i_i = \frac{D\omega}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}\sin(\omega t + \varphi),$$

avec

$$\tau = \frac{7\eta_0 + 2\eta_i}{2\mu}. \quad (6)$$

La biréfringence induite, que l'on peut calculer (Peterlin et Stuart [6], Cerf [1]), présentera le même temps de relaxation τ, que les déformations.

4. Nous avons négligé la déformation brownienne, la biréfringence due à un effet d'orientation pure [7] et celle attribuée à l'écoulement interne [2].

Enfin si l'on n'admet pas la condition (4), $\theta = 0$, on obtient, pour (5), un système d'équations différentielles, dont la résolution permet le calcul d'un temps de relaxation plus compliqué que (6), mais qui prend la même valeur $\tau_0 = \frac{\eta_i}{\mu}$ pour $\eta_0 = 0$.

Manuscrit reçu le 6 juillet 1954.

[1] CERF. — *J. Chim. Phys.*, 1951, **48**, 59 et 85.
[2] CERF. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 145.
[3] JEFFERY. — *Proc. Roy. Soc.*, London A, 1922, **102**, 161.
[4] LUCAS. — *C. R. Acad. Sc.*, 1938, **206**, 827.
[5] LUCAS. — *J. Physique Rad.*, 1939, **10**, 151.
[6] PETERLIN et STUART. — *Z. Physik*, 1939, **112**, 1.
[7] PETERLIN. — *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 45.

ÉTUDE DU RAYONNEMENT γ ÉMIS PAR DIVERSES SOURCES DE ^{32}P

Par M. LANGEVIN, T. YUASA,
Laboratoire de Physique et Chimie Nucléaires, Collège de France, Paris

et J. MÉRINIS,
Laboratoire de Synthèse atomique, C. N. R. S., Ivry.

A la suite d'un travail précédent [1], l'analyse du rayonnement γ émis par diverses sources de ^{32}P a été effectuée à l'aide d'un spectromètre γ à scintillation [2].

En vue d'éliminer la majeure partie du rayonnement de freinage externe dû au support de source, ^{32}P a été déposé sur une feuille de formvar de 100 µg/cm² maintenue sur un réticule en fil de nylon

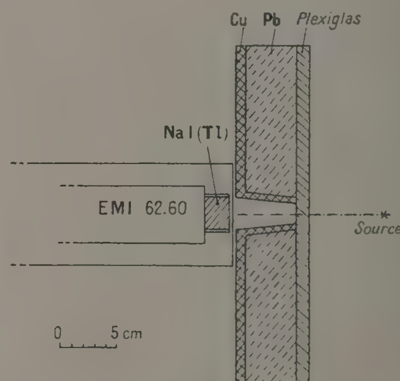


Fig. 1.

Le rayonnement β est absorbé par une plaque de plexiglass de 1 cm d'épaisseur placée entre la source et le compteur. Ce dernier étant protégé du rayonnement de freinage externe produit dans le plexiglass par un écran de Pb de 5 cm d'épaisseur doublé

de 1 cm de Cu et percé d'un trou de 2,5 cm de diamètre (*fig.* 1).

Dans ces conditions nous avons pu montrer qu'environ 95 pour 100 du rayonnement γ détecté étaient dus au rayonnement de freinage interne de ^{32}P. On a pu ainsi constater l'accord du spectre γ obtenu avec la théorie de Knipp et Uhlenbeck jusqu'à une énergie de 1,6 MeV.

La source utilisée pour cette mesure était une source sans entraîneur de 12,6 mC préparée à Harwell par la réaction ^{32}S (n, p)^{32}P et âgée de 12 jours environ. Cette source a montré la présence de deux raies γ très faibles superposées au spectre continu γ de freinage interne, respectivement de 720 keV et de 1,2 MeV. Le rayonnement de 1,2 MeV étant extrêmement faible, nous avons étudié seulement la décroissance du pic photoélectrique correspondant au γ de 720 keV.

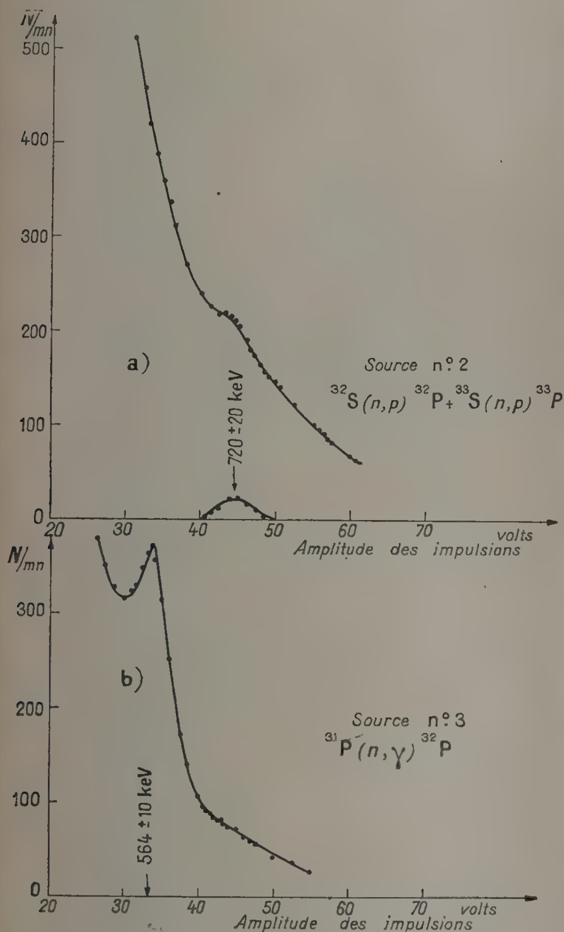


Fig. 2.

Cette étude montre que la période de décroissance de cette activité, suivie pendant 120 jours, est supérieure à celle de ^{32}P et est voisine de 25 jours.

Nous avons alors effectué la même expérience avec une source sans entraîneur de ^{32}P de 4,9 mC âgée de 83 jours, donc enrichie en ^{33}P. Cette source a montré également une raie γ de 720 keV (*fig.* 2 *a*), mais avec une intensité relativement plus grande que dans la première expérience.

L'étude des sous-produits de l'extraction et de la purification de ^{32}P montre approximativement le même rapport d'activité entre l'émission β^- de ^{32}P et l'activité γ de 720 keV. Par contre, une source de ^{32}P produite par l'irradiation en neutrons lents du phosphore rouge chimiquement pur à la pile de Châtillon ne présente pas cette activité ($< 5.10^{-6}$ par β^- de ^{32}P) (*fig.* 2 *b*). La raie de 720 ± 20 keV ayant été observée dans trois sources de diverses provenances obtenues par la réaction ^{32}S (n, P) ^{32}P accompagnée en même temps de la réaction ^{33}S (n, p)^{33}P, et n'ayant pas été observée dans une source obtenue par ^{31}P (n, γ)^{32}P, qui ne contient pas ^{33}P, il n'est pas exclu que cette raie soit due à un rayonnement γ de faible intensité émis par ^{33}P ($\sim 10^{-3}$ par désintégration β^- de ^{33}P).

En vue d'identifier l'élément responsable de la raie γ de 720 keV, une étude est en cours se basant sur la séparation chimique de la source après accumulation de l'activité de 720 keV.

Avec la source de ^{32}P obtenue par la réaction ^{31}P (n, γ)^{32}P, nous avons pu déceler une raie γ de 565 ± 10 keV (*fig.* 2 *c*) déjà signalée par Goodrich, Levinger et Payne [3] que nous attribuons à ^{76}As formé par la réaction (n, γ) sur l'arsenic qui est la seule impureté décelable chimiquement dans le phosphore rouge.

Nous avons alors effectué la séparation chimique de ^{76}As par la méthode suivante :

Le phosphore rouge est attaqué par le perhydrol jusqu'à dissolution complète, puis quelques milligrammes d'arséniate de Na entraîneur sont ajoutés à la solution. L'arséniate est ensuite réduit par l'acide hypophosphoreux en As métallique que l'on sépare par centrifugation.

L'étude au spectromètre γ de cet As montre que le rayonnement γ émis appartient exclusivement à ^{76}As (564 ± 10 keV, 1230 ± 10 keV et 1720 ± 10 keV); de plus, aucun rayonnement γ nucléaire superposé au rayonnement de freinage n'est décelable dans le phosphore ainsi purifié. Il semble donc établi que la raie γ de 565 keV signalée par les auteurs précédents appartient à ^{76}As.

Manuscrit reçu le 7 juillet 1954.

[1] Yuasa T.— *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 619.
[2] Langevin M., Allard G. et Corbé G. — *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 691.
[3] Goodrich M., Levinger J. S. et Payne W. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 1225.

ÉTUDE DU COEFFICIENT DE MULTIPLICATION IONIQUE DANS DES COMPTEURS REMPLIS DE CO_2

Par R. Fourage et L. Miramond,
Laboratoire d'Électricité générale,
École supérieure de Physique et Chimie, Paris.

Les compteurs de Geiger-Müller conservent tout leur intérêt pour la détection des particules de faibles énergies pour lesquelles les photomultiplicateurs sont difficilement utilisables; d'autre part, dans les problèmes qui nécessitent le dosage du ^{14}C on est amené à utiliser des compteurs remplis de CO_2. C'est pourquoi nous avons étudié systématiquement les propriétés multiplicatrices des compteurs remplis de CO_2, puis de mélanges CO_2-alcool pour des pressions comprises entre 1 et 76 cm de mercure.

Dispositif expérimental (*fig.* 1). — L'amplificateur utilisé a un gain maximum en tension de 10 000 ± 3 pour 100, la précision de l'atténuateur

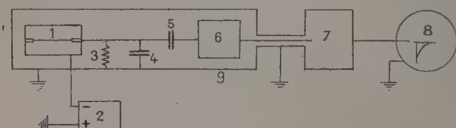


Fig. 1.

1, compteur; 2, haute tension stabilisée; 3, résistance de charge ($10^6\,\Omega$); 4, capacité d'atténuation; 5, capacité de liaison (200 pF); 6, préamplificateur; 7, amplificateur; 8, oscilloscope déclenché; 9, blindage électrostatique.

étant de 1 pour 100. Le préamplificateur a un gain fixe de 24,3 ± 1 pour 100. Nous avons utilisé une bande passante allant de 8 000 à 230 000 Hz. Nous avons vérifié que pour toutes les valeurs de M utilisées on atténuait d'environ 20 pour 100 l'amplitude des impulsions par rapport à l'amplitude obtenue avec la bande passante totale de l'amplificateur (2 MHz). La valeur efficace du bruit de fond ramené à l'entrée du préamplificateur est 5 μV.

La sortie de l'amplificateur était connectée directement à une des plaques déflectrices d'un oscilloscope; les impulsions étaient examinées en balayage déclenché. La durée du balayage variait de 10^{-3} à 10^{-4} s.

Le compteur utilisé est représenté sur la figure 2.

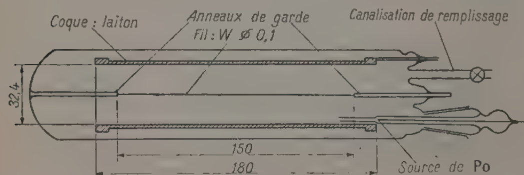


Fig. 2.

La source de Po (dans nos expériences, 1 μC) envoie dans l'angle solide utilisé environ 1200 rayons α par minute. Le faisceau avait été rendu sensiblement parallèle par canalisation, l'ouverture a été estimée inférieure à 5°.

Méthode de mesure. — Nous avons utilisé une méthode analogue à celle indiquée par Rose et Ramsey [1] : on détermine d'abord l'amplitude des impulsions en régime d'ionisation simple : pour cela on règle la tension de charge du compteur V, et le gain G de l'amplificateur de façon à obtenir sur l'écran de l'oscilloscope des impulsions d'une hauteur h indépendante de V. Ensuite on augmente V jusqu'à la valeur à laquelle on veut mesurer le coefficient de multiplication ionique M, soit G' le gain de l'amplificateur pour lequel les impulsions ont la même hauteur que précédemment; on a $M = \frac{G}{G'}$.

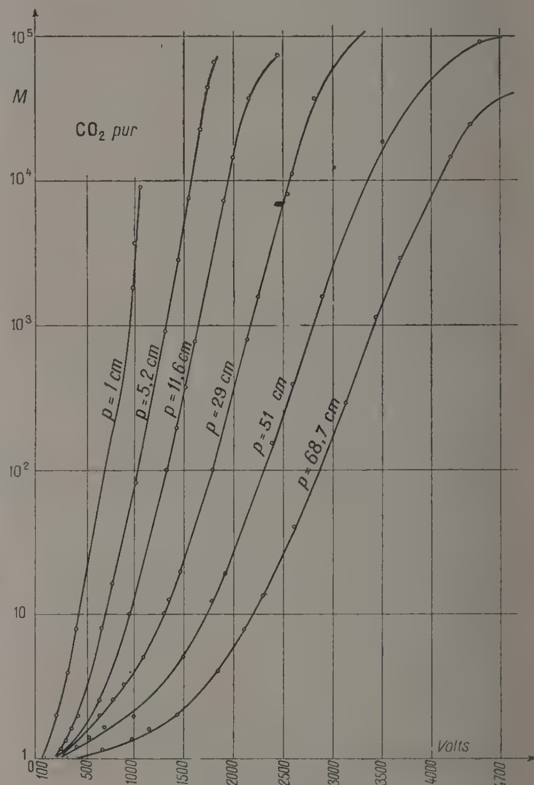


Fig. 3.

Nous avons fait varier M de 1 à $1,5 \cdot 10^5$ environ. Dans nos mesures l'amplitude h adoptée est telle que sur 400 impulsions environ une impulsion au plus a une amplitude supérieure à h.

Nous avons tracé les spectres d'amplitudes des impulsions; par exemple pour des pressions de CO_2 et d'alcool égales respectivement à 11,7 cm et 1 mm de mercure, la largeur à mi-hauteur de la raie obtenue variait de 22 pour 100 au début du régime proportionnel à 13 pour 100 en régime Geiger.

Résultats expérimentaux. — Le gaz carbonique que nous utilisons provient de la Carbonique Française (1). Sur la figure 3 est représenté le faisceau

(1) L'analyse a révélé la présence de SO_3, SO_2, O et N à

de courbes $M = f(V)$ relatives à des pressions de CO_2 pur de : 1; 5,2; 11,6; 29; 51 et 68,7 cm de Hg. Sur la figure 4 nous avons tracé les courbes $M = f(V)$ correspondant à une même pression de CO_2 11,6 cm de Hg et à des pressions d'alcool variables : 1; 4; 11 et 38 mm de Hg.

Le dernier faisceau de courbes montre l'influence de l'alcool. M ainsi que la pente des courbes augmentent avec la pression d'alcool contrairement à ce qui se passe dans le cas de l'argon. Cette influence

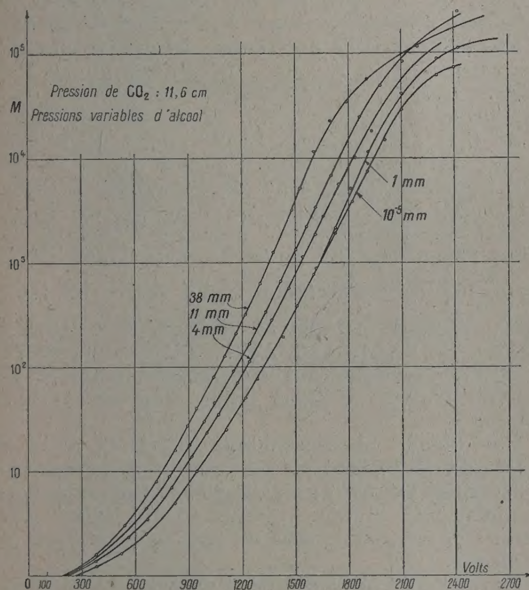


Fig. 4.

de l'alcool a été vérifiée pour toutes les pressions de CO_2 expérimentées.

Nous avons examiné la validité de la formule de Rose et Korff [2] :

$$M = \exp\left\{(2fCNVa)^{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{V}{V_t}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]\right\},$$

où V_t est le potentiel à partir duquel M devient supérieur à 1. Pour cela nous avons vérifié que la courbe

$$\frac{M}{\sqrt{V}} = f(\sqrt{V})$$

à pression constante est une droite pour des valeurs de M comprises entre 15 et 20 000 environ. En utilisant cette droite, on obtient par extrapolation une valeur de V_t beaucoup plus élevée que la valeur expérimentale. Nous avons ensuite étudié les variations de M avec la pression en prenant V_t égal à la valeur obtenue par extrapolation. Nous avons constaté qu'à tension V constante la diminution de M quand la pression augmente est beaucoup plus rapide que ne l'indique la théorie.

raison de moins de 0,015 pour 100. Les traces d'eau sont très faibles mais n'ont pas été dosées.

Manuscrit reçu le 7 juillet 1954.

[1] Rose H. E. et Ramsey W. E. — *Phys. Rev.*, 1942, **61**, 198 et 504.
[2] Rose H. E. et Korff S. A. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 850.

MÉTHODE DE DÉVELOPPEMENT RAPIDE D'ÉMULSIONS NUCLÉAIRES ÉPAISSES PAR « L'AMIDOL ACIDE »

Par Mme A. Bernet et M. R. Chastel,
Laboratoire de Physique et Chimie nucléaires, Collège de France.

Les différents procédés de développements homogènes d'émulsions nucléaires épaisses [1], [2] nécessitent des temps totaux de développement relativement longs (plusieurs heures pour des émulsions de quelques centaines de microns). Ces longues durées de développement peuvent être gênantes pour l'étude de filiations radioactives à périodes courtes, elles peuvent également créer des difficultés pour l'étude de plaques irradiées au bétatron. Dans ce dernier cas, les éléments constitutifs de l'émulsion (brome et argent) deviennent radioactifs et leurs désintégrations β accroissent le voile après l'irradiation.

C'est cette dernière application qui nous a conduits à étudier des procédés de développement rapide et homogène d'émulsions nucléaires épaisses.

Nous avons songé à une ancienne méthode proposée par Balagny [3] consistant à utiliser un révélateur à l'amidol en milieu acide. Cette méthode permet d'obtenir avec des pH suffisamment bas des développements qui commencent par la face de l'émulsion en contact avec le verre. Ce processus peut s'expliquer schématiquement de la façon suivante : l'amidol est un développateur dont les propriétés réductrices vis-à-vis de l'image latente se manifestent seulement si le pH est supérieur à une certaine valeur critique; à des pH inférieurs, il est incapable de réduire l'halogénure d'argent. On utilise un révélateur dont le pH est ajusté à une valeur inférieure à cette valeur critique, l'émulsion ayant un pH élevé le pH du révélateur s'accroît au cours de sa pénétration dans l'émulsion; à partir d'une certaine distance de pénétration, le pH critique est atteint et le développement peut commencer. Si l'on arrête le développement à ce moment, on constate que le développement a lieu seulement en profondeur. D'autre part, la surface de l'émulsion en contact direct avec le révélateur peut pour certaines valeurs du pH subir le développement pendant un temps beaucoup plus long que les zones profondes puisqu'en profondeur le temps de pénétration réduit la durée effective du développement.

On conçoit que pour une certaine valeur du pH, il soit possible d'obtenir un développement homogène de l'émulsion dans toute l'épaisseur.

Le pH propre de l'émulsion jouant un rôle fonda-

mental dans ce procédé, on peut s'attendre à trouver des conditions notablement différentes suivant les types d'émulsions (C2 non chargées, C2 au lithium, C2 au bore, E1, etc.). C'est ce que nous avons constaté pour les plaques E1.

Dans une publication précédente [4], nous avions déterminé les conditions de pH donnant un début d'apparition homogène des grains réduits dans toute l'épaisseur des émulsions.

Nous avons poursuivi cette étude en définissant les conditions pratiques de développement complet pour des images latentes produites par des particules nucléaires. Les plaques utilisées du type Ilford C2 contenaient des protons projetés par irradiations aux neutrons rapides.

La réalisation du développement total des grains photographiques a été obtenue d'une part en augmentant le temps de développement au delà du temps de début d'apparition des grains et, d'autre part, en élevant la température.

Révélateur utilisé :

Eau distillée (cm^3) Q. S. pour............	1 000
Sulfite de soude anhydre (g)............	11
Amidol (g)............................	3
Solution HCl ($d = 1,19$) à 10 pour 100 pour ajuster le pH à la valeur désirée	

Conditions de développement. — Les procédés de développement déterminés pour diverses épaisseurs d'émulsions sont résumés dans le tableau suivant (température : 25° C) :

Épaisseur des émulsions (µ).	pH.	Temps de développement (mn).
50	4	25
100	4	30
200	4	35
300	3,9	40
400	3,7	40

Pour une plaque 300 µ un développement homogène avec le révélateur ID19 (dilué trois fois) a nécessité un temps total de développement de 2 h 50 mn (2 h 30 mn bain froid à 4° et 20 mn à 18°), dans ce cas, le voile est beaucoup plus important qu'avec la plaque ayant subit le « développement rapide à l'amidol acide » (en 40 mn), ces deux plaques ayant été irradiées dans les mêmes conditions au bétatron.

Manuscrit reçu le 13 juillet 1954.

[1] Dilworth C. C., Occhialini G. et Payne. — *Nature*, 1948, **162**, 102.
Dilworth C. C., Occhialini G. et Vermaesen L. — *Bull. Centre Phys. Nucl.* Bruxelles, 1950, **13a**.

[2] Blau M. et Felice J. A. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 1198.

[3] Balagny. — *Bull. Soc. franç. Photogr.*, 1912, **3**, 198; Abribat. — *The Photogr. J.*, 1952, **92** B, 25.

[4] Chastel R. et Bernet A. — Comm. International Conference on Science and Applications of Photography, London, sept. 1953 (sous presse).

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES DÉPÔTS ACTIFS A ÉVOLUTION RAPIDE

Par Mlle M. Ader,

Laboratoire de Physique atomique et moléculaire, Collège de France, Paris.

Une étude des émetteurs α dérivés de l'actinon a été entreprise parallèlement à celle du thoron [1].

Une lame mince d'argent déposée à une très faible distance de la substance qui dégage l'actinon, est soumise à une tension négative. Au bout de quelques heures elle constitue une source radioactive émettant des rayons β, des rayons γ pénétrants et aussi des rayons α de 32 et 38 µ environ de parcours dans l'émulsion photographique, provenant de l'actinium C et l'actinium C'. L'actinium A d'une durée de vie extrêmement courte : période 18.10^{-3} s, s'est déjà transformé dès le début de la manipulation même très accélérée et n'existe qu'en proportion infime. Son rayonnement α a un parcours d'environ 38 µ dans l'émulsion. La quantité d'actinium C' est la $\frac{3}{1000}$ de celle d'actinium C. La source est recouverte d'écrans métalliques arrêtant tout rayonnement à de l'AcA, AcC, Ac$'C'$. Divers écrans d'or, d'argent, de platine ont été mesurés, pesés et leur pouvoir d'arrêt vérifié à l'aide d'un rayonnement connu.

Une plaque photographique Ilford C_2 50 µ est placée derrière l'écran de telle sorte qu'elle recevrait, si l'écran ne l'arrêtait pas, le rayonnement de la source en incidence presque rasante. Une légère pente permet de vérifier le sens du rayonnement reçu par la plaque.

La source a été placée dans un ensemble étanche; un soin tout particulier a été pris dans le courant des diverses manipulations afin d'éviter toute contamination, toute émanation : les dérivés de l'actinon, comme ceux du thoron sont volatils. Plusieurs séries d'expositions de durées diverses et avec les trois sortes d'écrans mentionnés ci-dessus, ont été faites; les plaques, après développement, ont dans chaque cas présenté des traces de grand parcours analogues à celles émises dans les mêmes conditions par le polonium et le thorium [1], [2.] L'orientation de ces traces permet d'affirmer qu'elles proviennent de la source et leur longueur s'étend jusqu'à 250 µ environ dans l'émulsion. Dans le cas du Po et du Th, les longueurs maxima observées avaient été de 350 µ environ dans l'émulsion; mais peut-être est-ce dû au fait que les sources de ces deux éléments étant beaucoup plus intenses, leur période beaucoup plus longue le nombre des mesures a pu être très sensiblement plus élevé.

Au cours de manipulations, des plaques à tube [3] contenant une solution de radioactinium ont été coulées. Après développement des plaques, les tubes apparaissent hérissés de traces de rayons α d'où se détachent de loin en loin des trajectoires nettement plus longues que les autres et dépassant même 100 µ. Des tubes vides introduits à côté des autres dans l'émulsion, sont clairs et ne présentent aucune trace de radioactivité. C'est à la suite de telles constatations que les études des dépôts actifs ont été entreprises.

On peut donc conclure avec certitude que le polonium, le thorium, l'actinium ou leurs dérivés, émettent de très grandes trajectoires dépassant les parcours des protons de projection de l'hydrogène et même les protons de transmutation de l'azote. Il semblerait que ce rayonnement ait le même parcours pour les trois éléments; or leurs rayonnements connus ont des parcours et des énergies très différents :

Po : 3,8 cm de parcours dans l'air; énergie : 5,2 MeV;

Th C' : 8,6 cm de parcours dans l'air; énergie : 8,78 MeV;

Ac C' : 6,5 cm de parcours dans l'air; énergie : 7,44 MeV.

Si les grandes traces observées provenaient d'une réaction (α, p) il semblerait logique que celles émises par le Th et l'Ac aient des parcours nettement plus longs que celles émises par le Po.

D'autre part, l'examen au microscope de plaques à « tubes » contenant une solution de chlorure de radium a également décelé la présence de ces mêmes grandes trajectoires.

Manuscrit reçu le 29 juillet 1954.

[1] Ader. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 583.
[2] Ader. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 60.
[3] Ader. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, 110-111.

SUR LA CORRECTION DE JENSEN-MAYER AU MOMENT MAGNÉTIQUE DES NOYAUX

Par C. Marty,
Physique et Chimie nucléaires,
Collège de France, Paris.

Jensen et Mayer [1] ont montré que si un proton se déplace dans un potentiel où figure un couplage spin-orbite, on obtient une correction au moment magnétique usuel. Ceci peut se voir de la façon suivante : soit H l'hamiltonien déterminant le mouvement de proton :

$$H = \frac{p^2}{2M} + V(r) - \xi(r)(\mathbf{ls}) \qquad (1)$$

où M est la masse du nucléon, $V(r)$ un potentiel central et $\xi(r)$ la dépendance radiale de l'interaction spin-orbite. Le courant électrique $\mathbf{u}$ induit par (1) est $e(i\hbar)^{-1}$ $[\mathbf{r}, H]$ ou

$$\mathbf{u} = e\left\{\frac{\mathbf{p}}{M} - \xi(\mathbf{s} \wedge \mathbf{r})\right\} \qquad (2)$$

et contient un terme dépendant explicitement du couplage spin-orbite. En présence d'un champ magnétique constant $\vec{\mathcal{H}}$ on a une énergie d'interaction, ce qui permet de calculer aisément le moment magnétique.

Soit μ le moment magnétique usuel. Le second terme de (2) introduit une correction qui, pour une seule particule, est :

$$\Delta\mu = \frac{M}{\hbar}\langle \xi[(\mathbf{sr})\mathbf{r} - r^2\mathbf{s}]\rangle \quad \text{m. n.} \qquad (3)$$

ou encore

$$(3') \quad \Delta\mu = \mp\frac{M}{4}\langle r^2\xi\rangle\frac{2j+1}{j+1} \quad \text{m. n.} \qquad \left(j = l \pm \frac{1}{2}\right).$$

Le facteur $\langle r^2\xi\rangle$ peut être remplacé de façon approchée par $\langle r^2\rangle\langle\xi\rangle$ et connaissant la valeur expérimentale ΔE du splitting du doublet l, on peut avoir $\Delta\mu$.

On trouve :

$$\Delta\mu = \mp 2{,}45.10^{-2} A^{\frac{2}{3}} \Delta E \frac{2j+1}{(2l+1)(j+1)} \quad \text{m. n.}$$

suivant que

$$j = l \pm \frac{1}{2}$$

ΔE étant en MeV et en prenant comme rayon nucléaire $1{,}4.10^{-13}\ A^{\frac{1}{3}}$ cm.

Les estimations faites par Jensen et Mayer ont conduit à penser que $\Delta\mu$ est petit devant μ, en raison des valeurs ΔE choisies. En fait, des mesures plus récentes [2], [3] du splitting ΔE montrent que ceci n'est pas toujours le cas.

Le tableau I donne les valeurs du moment magnétique μ, du moment magnétique corrigé $\mu + \Delta\mu$ et de la valeur expérimentale μ_{exp} quand elle existe ou la valeur de A choisie pour le calcul de $\Delta\mu$, pour quelques configurations simples $j^{\pm 1}$.

Tableau I.

Configuration.	ΔE (MeV).	μ (m. n.).	$\mu + \Delta\mu$. (m. n.).	μ_{exp}. (m. n.).	Noyau correspondant ou A choisi.
$\left(p_{\frac{1}{2}}\right)^{\pm 1}$....	$2^{(2,3)}$	—0,26	—0,12	—0,28	$^{15}_{7}N_8$
$\left(p_{\frac{3}{2}}\right)^{\pm 1}$....	$2^{(2,3)}$	3,79	3,68	-	A = 8
$\left(d_{\frac{3}{2}}\right)^{\pm 1}$....	$5^{(3)}$	0,13	0,59	0,39	$^{39}_{19}K_{20}$
$\left(d_{\frac{5}{2}}\right)^{\pm 1}$....	$5^{(3)}$	4,79	4,54	-	A = 17
$h_{\frac{9}{2}}$.........	$2^{(4)}$	2,4	2,7	4,08	$^{209}_{83}Bi_{126}$

La correction est faible pour les configurations du type $j = l + 1$ en raison de la valeur élevée de μ mais il n'en est plus de même pour celles du type $j = l - \frac{1}{2}$, avec des valeurs de j pas trop grandes. En ce qui concerne l'accord avec les valeurs expérimentales, la correction est très défavorable pour ^{15}N car ce noyau a un moment magnétique en dehors des lignes de Schmidt. Pour ^{39}K, la correction joue dans le bon sens et de façon appréciable; toutefois dans ce cas ΔE n'est pas connu avec précision et il ne faut pas attacher un sens absolu à $\mu + \Delta\mu$.

Ces résultats peuvent être étendus à d'autres configurations. Dans le cas de ^{40}K, de configuration

$$\left[\left(d_{\frac{3}{2}}\right)^{-1}_{\text{prot}}, \left(f_{\frac{7}{2}}\right)_{\text{neut}}\right]_{J=4},$$

on trouve en couplage jj :

$$\mu = -1{,}70, \qquad \mu + \Delta\mu = -1{,}40, \qquad \mu_{exp} = -1{,}30.$$

Pour les configurations $(j)^{\pm 3}_{J=j}$, on a comparé les résultats obtenus à ceux de Mizushima et Umzeawa [5]

et Flowers [6]. Les résultats sont groupés dans le tableau II où T est la longueur du spin isotopique total et M_T sa projection sur un axe (demi-valeur de l'excès de neutrons).

TABLEAU II.

Configuration.	M_T.	T.	μ.	$\mu + \Delta\mu$.	μ_{exp}.	Noyau ou A choisi.
$\left(p_{\frac{3}{2}}\right)^3$......	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3,03	2,93	3,26	${}^7_3Li_4$
$\left(p_{\frac{3}{2}}\right)^3$......	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	—0,01	—0,04	-	A = 7
$\left(p_{\frac{3}{2}}\right)^{-3}$.....	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	—1,13	—1,17	—1,18	${}^9_4Be_5$
$\left(p_{\frac{3}{2}}\right)^{-3}$.....	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	1,89	1,81	-	-
$\left(d_{\frac{3}{2}}\right)^3$......	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0,27	0,63	0,82	${}^{35}_{17}K_{18}$
$\left(d_{\frac{3}{2}}\right)^3$......	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0,80	0,96	-	A = 35

On note à nouveau sur ce tableau que la correction $\Delta\mu$ est grande pour les noyaux de type $j = l - \frac{1}{2}$, dans l'état fondamental.

Naturellement, il convient de ne pas attacher un sens absolu aux valeurs de $\Delta\mu$ calculées ci-dessus, en raison des approximations faites pour le calcul de $\langle r^2 \xi \rangle$ et dans le cas des configurations à plusieurs nucléons de l'influence du type de couplage choisi. Mais l'existence de $\Delta\mu$ est nette pour les noyaux de type $j = l - \frac{1}{2}$ à valeurs de j pas trop élevées.

Manuscrit reçu le 11 juillet 1954.

[1] JENSEN J. H. D. et GOEPPERT-MAYER M. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 1040.
[2] AJZENBERG F. et LAURITSEN T. — *Rev. Mod. Physics*, 1952, **24**, 321.
[3] ADAIR R. K. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1491.
[4] HADLEY J. A. — *Canad. J. Physics*, 1953, **31**, 278.
[5] MIZUSHIMA M. et UMEZAWA M. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 37.
[6] FLOWERS B. H. — *Phil. Mag.*, 1952, **43**, 1330.

REVUE DES LIVRES

GÉNIN (R.), **Électronique et Physique nucléaire. Principes de construction des amplificateurs linéaires** (1 vol. 17 × 26 cm, 151 pages, Collection *Actualités scientifiques et industrielles,* Hermann, Paris, 1953).

Suivant son introduction même, l'auteur a cherché à « préciser les principes généraux qui doivent guider la réalisation d'un projet d'amplificateur destiné à transmettre les signaux fournis par les détecteurs de rayonnements ionisants, et en particulier les chambres d'ionisation ».

L'auteur étudie d'abord le circuit d'entrée d'un amplificateur. Il rappelle les différents modes de collection des ions dans une chambre d'ionisation, puis considère le circuit proprement dit. Après avoir établi les équations du circuit, il est conduit à étudier le tube d'entrée dont l'importance est fondamentale; il signale les caractéristiques des tubes spéciaux ou des pentodes commerciales qui peuvent être utilisées comme lampes électromètres, après sélection.

L'étude du régime permanent de l'amplificateur à résistance-capacité, pratiquement toujours employé lorsqu'il s'agit d'impulsion formées par une chambre d'ionisation, est l'objet du second chapitre. Pour mener à bien ses calculs, l'auteur rappelle quelques principes d'analyse symbolique puis étudie la bande passante d'un étage puis de plusieurs étages successifs. Dans le même cadre, il résoud le problème de la bande passante maximum pour un gain donné.

Les chapitres III à V sont consacrés à l'étude des amplificateurs en régime transitoire.

L'auteur étudie d'abord la réponse de la partie basse fréquence à un signal d'entrée, égal à « l'échelon unité »; il suppose alors la partie haute fréquence parfaite. Ce sont les propriétés des liaisons résistance-capacité qui importent, aussi est-on naturellement conduit à étudier une liaison RC puis une suite de telles liaisons. En supposant la partie basse fréquence parfaite, l'auteur étudie la partie haute fréquence. Ce sont cette fois les capacités parasites qui shuntent l'impédance de plaque qui limitent le gain aux fréquences élevées. C'est le « temps de montée », dont une définition donnée par Elmore est reprise, qui caractérisera les propriétés de la partie haute fréquence. Aussi l'auteur étudie-t-il le temps de montée des différents montages utilisés. Le chapitre V, enfin, est consacré à l'étude de la réponse de quelques amplificateurs complets, à l'échelon unité.

Le chapitre VI traite de la contre-réaction. Après en avoir rappelé les principes, l'auteur étudie quelques montages à contre-réaction utilisés dans les amplificateurs proportionnels : montage à cathode follower, contre-réaction de cathode, contre-réaction sur deux étages, par alimentation commune. Les risques d'accrochage auxquels donne lieu ce dernier type de contre-réaction conduisent l'auteur à donner des indications à la fois théoriques et pratiques pour la réalisation d'alimentation stabilisées.

L'avant-dernier chapitre est consacré à l'étude du bruit de fond et aux moyens d'accroître le rapport signal sur bruit. Les exigences auxquelles doivent satisfaire les éléments de l'amplificateur en sont clairement déduites.

La réponse des amplificateur soumis à des signaux réels (impulsions se succédant au hasard en présence de bruit de fond) font l'objet du dernier chapitre. Les différentes sources de perturbations sont aussi passées en revue. L'auteur traite enfin dans le détail une série d'exemples pratiques.

Une impression de grande clarté et de précision se dégage de la lecture de cet Ouvrage. Les questions y sont envisagées d'un point de vue général et logique sans que la préoccupation de la précision et du but concret à atteindre ne soit oubliée un seul instant. De nombreux exemples pratiques viennent constamment illustrer les développements du calcul et montrer les possibilités du matériel utilisable.

J. BADOZ.

Le Gérant : MAURICE BLONDIN. 146395 IMP. GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1954.